

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал)
Тюменского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

« 28 » мая 2020 г. Шилов С.П.

« 28 » мая 2020 г.



**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ
ПРОЦЕССОВ**

Рабочая программа для обучающихся по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки):
Профили: математика; информатика
Форма обучения очная

Мальшева Е.Н., Ярков В.Г. Математическая статистика и теория случайных процессов. Рабочая программа для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки): математика; информатика, форма обучения очная. Тобольск, 2020.

Рабочая программа дисциплины опубликована на сайте ТюмГУ: Математическая статистика и теория случайных процессов [электронный ресурс] / Режим доступа: <https://tobolsk.utmn.ru/sveden/education/#>

© Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал) Тюменского государственного университета, 2020

© Мальшева Елена Николаевна, 2020

© Ярков Владимир Георгиевич, 2020

1. Пояснительная записка

Цель изучения дисциплины «Математическая статистика и теория случайных процессов» - формирование у студентов систематизированных знаний в области математической статистики и теории случайных процессов, ее месте и роли в системе математических наук, использование в естественных науках, в научно-исследовательской работе учителя.

Задачи: развивать математическое мышление обучающихся, познакомить с современными направлениями развития математической статистики и теории случайных процессов; научить применять методы математической статистики для решения задач в различных сферах, показать место научной области в научно-исследовательской работе учителя.

1.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математическая статистика и теория случайных процессов» относится к обязательным дисциплинам вариативной части блока Б1. Учебным планом предусмотрено изучение данной дисциплины в течение 5 и 6 семестров.

Для успешного освоения содержания данной дисциплины необходимо успешное освоение дисциплин Введение в математику (1 сем.), Математический анализ (1-4 сем.), Основы математической обработки информации (4 сем.),

Изучение данной дисциплины обеспечивает освоение последующих дисциплин и практик:

- Решение олимпиадных задач по математике и информатике (6, 7 сем.)
- Решение задач повышенной сложности по математике и информатике (6, 7 сем.)
- Приложения математики в других науках (8 сем.)
- Подготовка учащихся к итоговой аттестации по математике и информатике (8, 9 сем.)
- Организация педагогического исследования учителя математики и информатики (9, 10 сем.)
- Методика профильного обучения математике и информатике (9, 10 сем.)
- Исследование операций (10 сем.)
- Теория игр и методы принятия решений (10 сем.)
- Преддипломная практика (10 сем.);
- Выпускная квалификационная работа (10 сем.).

1.2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения данной дисциплины

Процесс изучения данной дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по данному направлению подготовки:

ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-11 готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования.

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для	Знает основные понятия математической статистики и теории случайных процессов
	Может применять методы математической статистики и теории случайных процессов к решению задач

№ темы	Формы оцениваемой работы	Количество часов	Макс. количество баллов
	Итого	108	100
6 семестр			
Лекции 5-8	Конспект Контрольные вопросы	16	16
Практические занятия 5-8	Решение задач. Объяснение решения у доски. Проверочные работы	16	48
Самостоятельная работа	Домашние задания. Конспекты. Подготовка к экзамену	76	16
	Контрольная работа.		10
	Итого	108	100

3.2. Промежуточный контроль

Обучающиеся, выполнившие учебный план, получают оценку, «удовлетворительно», «хорошо» или «отлично» (5, 6 семестр), оценка за контрольную работу – «зачтено». Контрольная работа является допуском к экзамену в 6 семестре. Экзамен в 5 сем. – собеседование по билету (теоретический и практический вопрос – задача), экзамен в 6 сем. – собеседование по теоретическому вопросу.

Промежуточная аттестация может быть выставлена с учетом совокупности баллов, полученных обучающимся в рамках текущего контроля.

Перевод баллов в оценки:

Вид аттестации	Соответствие рейтинговых баллов и академических оценок			
	Зачтено	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Экзамен	61-100 баллов	61-75 баллов	76-90 баллов	91-100 баллов

4. Содержание дисциплины

4.1. Тематический план дисциплины

Таблица 2

№	Темы	Объем дисциплины, час.				
		Всего	Виды аудиторной работы			Иные виды контактной работы
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные / практические занятия по подгруппам	
5 семестр						
1	Основные понятия математической статистики.	23	2	3		
2	Теория оценок. Нахождение	32	7	6		

№	Темы	Объем дисциплины, час.				
		Всего	Виды аудиторной работы			Иные виды контактной работы
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные / практические занятия по подгруппам	
	неизвестных параметров распределения.					
3	Элементы теории корреляции.	27	4	4		
4	Проверка статистических гипотез.	26	4	4		
	Итого (часов)	108	17	17		
	6 семестр					
5	Основные понятия теории случайных процессов	27	4	4		
6	Случайные функции. Потoki событий	27	4	4		
7	Марковские случайные процессы	27	4	4		
8	Элементы теории массового обслуживания	27	4	4		
	Итого (часов)	108	16	16		

4.2. Содержание дисциплины по темам

4.2.1. Темы лекций

№ разд.	Раздел	Тема лекции
		5 семестр
1	Основные понятия математической статистики.	Основные задачи математической статистики. Эмпирический закон распределения. Таблица частот. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики статистического распределения.
2	Теория оценок. Нахождение неизвестных параметров распределения.	Эмпирические оценки параметров распределения, требования, предъявляемые к ним. Доверительные вероятности и доверительные интервалы. Распределение Стьюдента. Оценка неизвестной вероятности по частоте. Метод наименьших квадратов для оценки параметров функциональной зависимости между переменными.
3	Элементы теории корреляции.	Корреляционная зависимость. Коэффициент корреляции. Линейная, криволинейная корреляции. Эмпирические линии регрессии и их построение. Метод наименьших квадратов о сглаживании функциональной зависимости.
4	Проверка статистических гипотез.	Общие принципы проверки статистических гипотез. Критерии согласия Колмогорова, χ^2 Пирсона и Романовского. Нахождение законов распределения случайных величин на основе опытных данных и проверка согласованности эмпирического и теоретического

№ разд.	Раздел	Тема лекции
		распределений.
6 семестр		
5	Основные понятия теории случайных процессов	Понятие случайного процесса и случайной функции. Примеры случайных процессов. Основные типы случайных процессов.
6	Случайные функции. Потоки событий	Числовые характеристики случайных функций. Корреляционные и спектральные функции. Потоки событий. Основные типы потоков событий.
7	Марковские случайные процессы	Дискретные и непрерывные марковские случайные процессы. Цепи Маркова.
8	Элементы теории массового обслуживания	Системы массового обслуживания. Основные типы СМО, их показатели и числовые характеристики.

4.2.2. Темы практических занятий

Практическая работа 1. Основные понятия математической статистики.

Практическая работа 2. Теория оценок. Нахождение неизвестных параметров распределения.

Практическая работа 3. Элементы теории корреляции.

Практическая работа 4. Проверка статистических гипотез.

Практическая работа 5. Основные понятия теории случайных процессов

Практическая работа 6. Случайные функции. Потоки событий

Практическая работа 7. Марковские случайные процессы

Практическая работа 8. Элементы теории массового обслуживания

4.2.3. Образцы средств для проведения текущего контроля

Текущий контроль осуществляется проверкой наличия конспектов лекций и собеседования по контрольным вопросам, выполнения практических работ и заданий для самостоятельной работы.

Контрольные вопросы

5 семестр

1. В чем состоят различия задач теории вероятностей и мат. статистики?
2. В какой форме представляются первичные результаты наблюдений?
3. Что такое выборка и вариационный ряд?
4. Что называется рангом наблюдения?
5. Как перейти от негруппированной выборки к группированной?
6. Дайте определение эмпирической функции распределения.
7. Перечислите свойства эмпирической функции распределения.
8. Охарактеризуйте статистическую модель выборки.
9. Какая характеристика распределения оценивается с помощью гистограммы?
10. Опишите алгоритм построения гистограмм.
11. Назовите числовые характеристики распределения случайной величины, определяющие положение эмпирического распределения на оси случайных величин?
12. Назовите числовые характеристики распределения случайной величины, определяющие форму распределения

13. Назовите числовые характеристики распределения случайной величины, определяющие рассеяние случайных величин.
14. Что понимается под оценкой неизвестного параметра?
15. Что понимают под статистическим аналогом?
16. Что является обоснованием применения статистических аналогов для построения оценок?
17. Какая оценка параметра называется несмещенной?
18. Какая оценка параметра называется состоятельной?
19. Какая оценка математического ожидания обладает свойствами состоятельности и несмещенности в случае прямых равноточных измерений?
20. Какая оценка дисперсии обладает свойствами состоятельности и несмещенности в случае прямых равноточных измерений?
21. Как получить оценку медианы по выборке из генеральной совокупности?
22. Перечислите известные вам методы получения точечных оценок. В чем суть метода моментов оценивания параметров модели?
23. Как получают оценки неизвестных параметров методом наибольшего правдоподобия?
24. Что такое робастность?
25. Когда необходимо использовать робастные оценки параметров?
26. Каковы робастные оценки параметров сдвига и способы их получения?
27. Назовите робастную оценку параметра масштаба распределения.
28. В чем отличие точечной оценки от интервальной?
29. Что называется доверительным интервалом и доверительной вероятностью (надежностью)?
30. Почему ширина довер. интервала для мат. ожидания при известной дисперсии уже, чем при неизвестной?
31. Какие статистики называются центральными для оцениваемого параметра?
32. Опишите алгоритм построения доверительных интервалов с помощью центральных статистик.
33. Что такое квантиль распределения?
34. Каким образом осуществляется переход от произвольного нормального распределения к стандартному и обратно?
35. Какая случайная величина описывается распределением хи-квадрат?
36. Какая случайная величина описывается распределением Стьюдента?
37. Какая случайная величина описывается распределением Снедекора?
38. Как строится доверительный интервал для математического ожидания случайной величины, распределенной по нормальному закону?
39. Как строится доверительный интервал для дисперсии случайной величины, распределенной по нормальному закону?
40. Как ширина доверительного интервала для некоторой числовой характеристики зависит от объема выборки (при прочих равных условиях)?
41. Что называется статистической гипотезой?
42. Сформулируйте задачу статистической проверки гипотезы.
43. Приведите примеры задач на проверку гипотез и их математические формулировки.
44. Назовите шаги логической схемы проверки статистической гипотезы.
45. Поясните смысл понятий "ошибка первого рода", "ошибка второго рода", "мощность критерия".
46. Что такое уровень значимости?
47. Что такое критерий согласия? Каков смысл статистики критерия?
48. Зачем нужно знать закон распределения статистики критерия?

49. В чем отличие одностороннего и двухстороннего критериев, простой и сложной гипотез?
50. Как зависит ширина области принятия гипотезы от уровня значимости?
51. Как определяются критические границы для одностороннего и двухстороннего критерия при заданной величине уровня значимости?
52. Приведите примеры практических задач, когда необходимо проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий или дисперсий.
53. Что общего в методике построения доверительных интервалов и проверки статистических гипотез?
54. Приведите примеры критериев согласия и области их применения.
55. Какие критерии согласия применимы для непрерывных распределений?
56. Опишите алгоритм применения критерия Колмогорова.
57. Опишите алгоритм применения критерия хи-квадрат Пирсона.
58. Какие противоречивые требования необходимо сбалансировать при группировке данных?
59. Как выбрать оптимальное число интервалов группировки?
60. Опишите критерий однородности Смирнова и алгоритм его применения.
61. В каких случаях применяются ранговые методы?
62. Что из себя представляет статистика критерия Спирмена?
63. Какая гипотеза проверяется с помощью данного критерия?
64. Как проверить гипотезу о равенстве двух математических ожиданий?
65. Как проверить гипотезу о равенстве двух дисперсий?
66. Какова связь между процедурами проверки гипотез и построением доверительных интервалов?
67. Проверка гипотезы о равенстве двух средних. Влияние альтернатив.
68. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий.

6 семестр

1. Какие задачи решает однофакторный анализ?
2. Что называется фактором?
3. Привести пример. Что такое уровень фактора? Привести пример.
4. В какой форме представляются исходные данные при однофакторном анализе?
5. В чем суть аддитивной модели данных однофакторного анализа?
6. Что такое "сдвиговое семейство" выборок?
7. Какие существуют шкалы измерений?
8. Как влияет выбор шкалы измерений на способ обработки результатов?
9. Когда применяют дисперсионный однофакторный анализ?
10. Какие методы анализа применяют, когда распределение выборок неизвестно?
11. Когда применяют ранговые методы анализа?
12. Назовите стадии однофакторного анализа.
13. Сформулируйте гипотезу, которую необходимо проверить на первой стадии однофакторного анализа.
14. Как можно оценить сдвиг между выборками?
15. Что понимается под качеством оценок сдвига?
16. В чем суть однофакторного дисперсионного анализа?
17. Как строятся оценки дисперсии при однофакторном дисперсионном анализе?
18. Какая статистика применяется при дисперсионном анализе и каково ее распределение?
19. Как проверяется надежность оценки сдвига между группами данных?
20. Проверка гипотезы об однородности дисперсий.
21. Какие виды связей возможны между величинами?
22. Каковы причины, вызывающие корреляцию между величинами?

23. Какие задачи решают корреляционный и регрессионный анализы?
24. Каковы задачи и алгоритмы обработки данных на первом этапе исследования?
25. Что такое корреляционное поле?
26. Какую информацию оно содержит? В чем суть группировки данных?
27. Какие статистики применяют для оценки силы связи между величинами?
28. Что Вы понимаете под понятием "адекватный измеритель статистической связи"?
29. Как выбрать адекватный измеритель статистической связи?
30. Для измерения какой связи используется парный коэффициент корреляции, корреляционное отношение?
31. Когда необходимо использовать ранговый измеритель тесноты связи?
32. Назовите свойства коэффициента корреляции и корреляционного отношения.
33. Каковы задачи регрессионного анализа? На какие классы делятся регрессионные модели?
34. Как строится матрица регрессоров?
35. Каковы основные предпосылки классического регрессионного анализа?
36. Как строятся МНК-оценки параметров регрессионного анализа?
37. Свойства МНК-оценок, не зависящие от вида распределения.
38. Свойства МНК-оценок, связанные с предположением о нормальности распределения.
39. Какие ошибки возможны при выборе структуры регрессионной модели и каковы их последствия?
40. Порядок проведения статистического анализа качества регрессионной модели.
41. Что дает исследование остатков?
42. Каковы способы линеаризации нелинейных моделей регрессии?
43. Какова основная идея сглаживания результатов?
44. Опишите алгоритм построения "регрессограммы".
45. Опишите алгоритм ядерного сглаживания.
46. Опишите алгоритм сглаживания по k ближайшим соседям.
47. Основные задачи статистического моделирования.
48. Алгоритм моделирования испытаний с двумя исходами.
49. Алгоритм моделирование дискретной случайной величины с заданным законом распределения
50. Алгоритм моделирования биномиального распределения.
51. Алгоритм моделирования распределения Пуассона.
52. Моделирование непрерывных распределений с помощью обратной функции.
53. Алгоритм моделирования распределения Релея.
54. Алгоритм моделирования показательного распределения.
55. Алгоритм моделирования распределения Коши.
56. Алгоритм моделирования распределения закона арксинуса.
57. Алгоритмы моделирования нормального распределения.
58. Алгоритм моделирования хи-квадрат распределения.
59. Алгоритм моделирования распределения Стьюдента.
60. Алгоритм моделирования распределения Снедекора.
61. Вычисление определенных интегралов методом Монте-Карло.

Проверочные работы

Примерные задачи к аудиторной проверочной работе 1:

- 1) Библиотека состоит из 10 различных книг, причем 5 книг стоят по 400 руб. каждая, 3 книги – по 100 руб. и 2 книги – по 300 руб. Найти вероятность того, что взятые наугад две книги стоят 500 руб.
- 2) Игральную кость подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что 6 очков

выпадут не менее 2 раз?

3) Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность того, что при перевозке бутылка окажется разбитой, равна 0,003. Найдите вероятность того, что магазин получит менее 2 разбитых бутылок.

4) Найти дисперсию случайной величины числа появлений события A в двух независимых испытаниях, если $M(X)=0,8$.

5) Система случайных величин (X, Y) подчинена закону распределения с плотностью $f(x,y)=axy$ в области D и $f(x,y)=0$ вне этой области. Область D – треугольник, ограниченный прямыми $x+y-1=0$, $x=0$, $y=0$. Найти коэффициент a .

Примерные задачи к аудиторной проверочной работе 2:

1) Изучается случайная величина X – число выпавших очков при бросании игральной кости. Кость подбросили 60 раз. Получены следующие результаты: 3, 2, 5, 6, 6, 1, 4, 6, 4, 6, 3, 6, 4, 2, 1, 5, 3, 1, 6, 4, 5, 4, 2, 2, 4, 2, 6, 3, 1, 5, 6, 1, 6, 6, 4, 2, 5, 4, 3, 6, 4, 1, 5, 6, 3, 2, 4, 4, 5, 2, 5, 6, 2, 3, 5, 4, 1, 2, 5, 3. Составьте таблицы абсолютных и относительных частот. Найдите эмпирическую функцию распределения случайной величины и постройте ее график.

2) Дано статистическое распределение:

x_i	(-1;1)	(1;3)	(3;5)	(5;7)	(7;9)
n_i	6	7	4	5	8

Пользуясь критерием Пирсона, требуется оценить правдоподобие гипотезы, состоящей в том, что случайная величина распределена по закону с равномерной плотностью ($\alpha=0,01$).

5. Учебно-методическое обеспечение и планирование самостоятельной работы обучающихся

Таблица 3

№	Темы	Виды СРС
1.	Основные понятия математической статистики.	Самостоятельное изучение и конспектирование по теме: «Числовые характеристики статистического распределения».
2.	Основные понятия математической статистики.	Домашнее задание: решение задач.
3.	Теория оценок. Нахождение неизвестных параметров распределения.	Самостоятельное изучение и конспектирование по теме: «Метод наименьших квадратов для оценки параметров функциональной зависимости между переменными».
4.	Теория оценок. Нахождение неизвестных параметров распределения.	Домашнее задание: решение задач.
5.	Элементы теории корреляции.	Домашнее задание: решение задач.
6.	Проверка статистических гипотез.	Самостоятельное изучение и конспектирование по теме: «Проверка статистических гипотез с помощью критерия согласия Романовского».
7.	Проверка статистических гипотез.	Домашнее задание: решение задач.
8.	Подготовка контрольной работы	Контрольная работа
9.	Подготовка к экзамену.	Изучение лекций, дополнительной литературы, отработка решения задач.

6. Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю)

6.1.Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

В 5 семестре экзамен включает 2 вопроса: теоретический и практический (решение задачи). В 6 семестре экзамен включает теоретический вопрос, допуском к экзамену является контрольная работа.

Вопросы к экзамену (5 семестр)

Теоретические вопросы в билете

1. Основные задачи математической статистики.
2. Эмпирический закон распределения. Таблица частот.
3. Полигон частот и гистограмма.
4. Числовые характеристики статистического распределения.
5. Доверительные вероятности и интервалы.
6. Система двух случайных величин. Закон распределения.
7. Корреляционная зависимость между величинами. Линии регрессии.
8. Метод наименьших квадратов.
9. Основные типы распределений случайных величин.
10. Подбор теоретического распределения на основе экспериментальных данных.
11. Проверка статистических гипотез. Критерий Пирсона.
12. Статистическое описание результатов социологических исследований.
13. Определение зависимостей между исследуемыми величинами.
14. Определение линий тренда и прогноз экономических и социальных процессов.

Практические вопросы в билете

1. В лотерее 1000 билетов, из них на 1 билет падает выигрыш 500 рублей, на 10 билетов – по 100 рублей, на 50 билетов – по 20 рублей, на 100 рублей – по 5 рублей, остальные билеты невыигрышные. Некто покупает 1 билет. Найдите вероятность выигрыша не менее 20 рублей.

2. Бросаются четыре игральные кости. Найти вероятность того, что на них выпадет по одинаковому числу очков.

3. Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, причем каждый из них делает по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,8, для второго - 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что она принадлежит первому стрелку.

4. Монету бросают 5 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет хотя бы 3 раза.

5. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится: а) не менее 75 раз и не более 90 раз; б) не менее 75 раз; в) не более 74 раз.

6. Производят последовательные испытания 5 приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывают только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения случайного числа испытанных приборов, если вероятность выдержать испытание для каждого из них равна 0,8.

7. Случайная величина X может принимать два возможных значения: x_1 с вероятностью 0,3 и x_2 с вероятностью 0,7, причем $x_2 > x_1$. Найти x_1 , x_2 , зная, что $M(X)=2,7$ и $D(X)=0,21$.

8. Случайная величина задана законом распределения

X	2	4	8
p	0,1	0,5	0,4

Найти среднее квадратичное отклонение этой величины.

9. Найти функцию распределения случайной величины, плотность вероятности которой имеет вид $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$

Контрольная работа (6 семестр)**Вариант 1**

Задание 1. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,6, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что при одном выстреле в мишень попадает а) только один стрелок; б) хотя бы один стрелок; в) не менее двух стрелков.

Задание 2. В магазин поступили телевизоры с трех складов. С первого склада поступило 350 телевизоров, из них 6% бракованных, со второго – 250 телевизоров, из них 5% бракованных, с третьего – 400 телевизоров, из них 4% бракованных. Наудачу выбирается телевизор.

1. Найдите вероятность того, что он бракованный.
2. Найдите вероятность того, что бракованный телевизор поступил с третьего склада.

Задание 3. В магазин вошли покупатели. Вероятность совершить покупку для каждого вошедшего одна и та же и равна. Найти вероятность того, что

- 1) ровно покупателей сделают покупки;
- 2) менее человек сделают покупки;
- 3) хотя бы покупателей сделают покупки;
- 4) найти наименьшее число покупателей, сделавших покупки.

Данные варианта: $n=6$, $m=3$, $p=0,4$.

Задание 4. Используя заданный закон распределения случайной величины X и данную функцию $Y = \varphi(x)$, выполните следующие действия:

1. Найдите вероятность $P(x=x_i) = P_i$.
2. Найдите функцию распределения $F(x)$ и постройте ее график.
3. Найдите ряд распределения случайной величины Y .
4. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайных величин X и Y .

Данные варианта:

x	0	1	3	5
p	0,1	0,2	P_3	0,4

Задание 5. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ x^2 + ax + b, & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

- 1) Найдите a и b из условия непрерывности функции $F(x)$.
- 2) Найдите плотность распределения $\varphi(x)$ и математическое ожидание $M(x)$.
- 3) Вычислите вероятность попадания случайной величины X на интервал $[1; 3]$.

Задание 6. Задано распределение вероятностей дискретной двумерной случайной величины (X, Y)

$Y \backslash X$	0	1	2
-1	0,1	0,05	0,15
0	0,05	0,1	0,1
1	0,2	0,15	0,1

Найти:

- 1) законы распределения составляющих X и Y ;
- 2) условные законы распределения составляющей X при условии $Y=1$ и составляющей Y при условии $X=0$;

3) математические ожидания $M(X)$ и $M(Y)$.

Задание 7. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, выборочные асимметрию и эксцесс, используя условные варианты

x_i	17	27	37	47	57	67	77
n_i	7	14	24	28	17	7	3

Задание 8. Дан статистический ряд распределений. С помощью критерия χ^2 Пирсона проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Промежутки (a_{i-1}, a_i]	(2;7]	(7;12]	(12;17]	(17;22]	(22;27]
Частоты n_i	17	22	37	17	7

Задание 9. Найти доверительный интервал для математического ожидания a нормально распределенного количественного признака X генеральной совокупности с надежностью γ , зная выборочную среднюю \bar{x}_B , объем выборки n , и среднее квадратическое отклонение σ .

Данные варианта: $\gamma = 0,95$, $\bar{x}_B = 37,7$, $n = 47$, $\sigma = 1,7$.

Задание 10. Спроектируйте ситуацию с обработкой экспериментальных результатов психолого-педагогического эксперимента:

- 1) Определите основные понятия: поэлементный метод анализа, пооперационный метод анализа, шкала измерений, статистический критерий, метод корреляционного анализа, метод дисперсионного анализа, интегральный показатель.
- 2) Подберите методику проведения диагностики выбранного показателя.
- 3) Подберите произвольные результаты эксперимента.
- 4) Проведите статистический анализ перечисленными выше методами.

Вопросы к экзамену в 6 семестре

1. Основные понятия теории случайных функций.
2. Основные типы случайных процессов.
3. Характеристики случайных функций.
4. Цепи Маркова.
5. Матрица переходов. Предельные вероятности.
6. Потoki требований и однородных событий.
7. Интенсивность потока. Расчет числовых характеристик для показательного распределения.
8. Потoki Пальма и Эрланга. Расчет числовых характеристик.
9. Марковский случайный процесс с непрерывным временем.
10. Поток вероятностей перехода. Уравнения Колмогорова.
11. Элементы теории массового обслуживания.
12. Показатели качества обслуживания.

6.2.Критерии оценивания компетенций:

Таблица 4

Карта критериев оценивания компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает основные понятия математической статистики и теории случайных процессов	Контрольные вопросы Теоретические вопросы к зачету экзамену	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя.
	Может применять методы математической статистики и теории случайных процессов к решению задач	Практические работы Проверочные работы	<i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно.
	Может использовать средства компьютерной поддержки при решении задач в области математической статистики и теории случайных процессов	Контрольная работа Практические вопросы к экзамену	<i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
ПК-11 готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования	Знает классические методы математической статистики, используемые при планировании, проведении и обработке результатов экспериментов в педагогике и прикладных задачах.	Контрольные вопросы Контрольная работа Теоретические вопросы к экзамену	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя.
	Может проводить практические расчеты по имеющимся экспериментальным данным при использовании статистических таблиц и компьютерной поддержки.	Практические работы Проверочные работы Контрольная работа	<i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно. <i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература:

1. Коган, Е. А.. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / Е. А. Коган, А. А. Юрченко. – Москва : ИНФРА-М, 2020. – 250 с. – URL: <https://znanium.com/read?id=347292> — Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
2. Кацман, Ю. Я. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: Учебник / Кацман Ю.Я. - Томск:Изд-во Томского политех. университета, 2013. - 131 с. - URL: <https://znanium.com/read?id=161226> — Режим доступа: по подписке ТюмГУ.

7.2 Дополнительная литература:

1. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – 9-е изд., стер. – Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. – 432 с.. - URL: <https://znanium.com/read?id=358287> . — Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
2. Методология и методы психолого-педагогического исследования: основы теории и практики: учеб. пособие / М.А. Крылова. — М.: РИОР: ИНФРА-М,

2018. – 96 с. – <https://doi.org/10.12737/17841>. - Режим доступа: <https://new.znanium.com/read?id=320848> – Режим доступа: по подписке ТюмГУ

7.3 Интернет-ресурсы:

1. Единое окно доступа к информационным ресурсам. – URL: <http://window.edu.ru> Режим доступа: свободный.
2. Портал образования. – URL: <https://portalobrazovaniya.ru> Режим доступа: свободный.
3. Российское образование. Федеральный портал. – URL: <http://www.edu.ru> Режим доступа: свободный.
4. Малая академия наук "Интеллект будущего" – URL: <https://new.future4you.ru>. Режим доступа: свободный.
5. Наука и образование ON-LINE. Школьникам. – URL: <https://eee-science.ru/announcements-events/competitions-schoolchild/> Режим доступа: свободный.
6. Академия Педагогики. Центр дистанционной поддержки учителей. – URL: <http://pedakademy.ru> Режим доступа: свободный.

7.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» – URL: <https://e.lanbook.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
2. Электронно-библиотечная система Znanium.com – URL: <https://znanium.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
3. IPR BOOKS – URL: <http://www.iprbookshop.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – URL: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
5. Межвузовская электронная библиотека (МЭБ) – URL: <https://icdlib.nspu.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ) – URL: <https://rusneb.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
7. Ивис - – URL: <https://dlib.eastview.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
8. Библиотека ТюмГУ - <https://library.utmn.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

- Интернет-браузер для работы с интернет-ресурсами и информационными справочными системами;
- Microsoft Teams – интернет-приложение, платформа для электронного обучения.

Лицензионное ПО для разработки учебно-методических материалов:

- Microsoft Office 2003, Microsoft Office 2007, Microsoft Office 2010, Windows, Dr. Web, Autodesk AutoCAD 2018.

9. Технические средства и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Мультимедийная учебная аудитория семинарского типа № 412 на 28 посадочных мест для проведения лекционных и практических занятий оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием: учебная мебель, доска аудиторная, мультимедийное проекционное и акустическое оборудование, персональный компьютер

ПК (DELL VOSTRO 3900: Intel Core i5-4460 3,2 ГГц; DDR3 4 ГБ; SSD 128 ГБ; DELL E2214НВ: 1920x1080; 21,5 дюйм; MS Windows 10; MS Office 2010), **проектор** (Epson EB-980W: 1280x800; 3800 лм), **экран** (16:9; 190x330 см)

На ПК установлено следующее программное обеспечение: Офисное ПО: операционная система MS Windows, офисный пакет MS Office, платформа MS Teams, офисный пакет LibreOffice, антивирусное ПО Dr. Web.

Обеспечено проводное подключение ПК к локальной сети и сети Интернет.

Мультимедийная учебная аудитория семинарского типа № 410 УК5 на 46 посадочных мест для **проведения лекционных и практических занятий** оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием: учебная мебель, доска аудиторная, мультимедийное проекционное и акустическое оборудование, персональный компьютер.

ПК (DELL VOSTRO 3900: Intel Core i5-4460 3,2 ГГц; DDR3 4 ГБ; SSD 128 ГБ; DELL E2214НВ: 1920x1080; 21,5 дюйм; MS Windows 10; MS Office 2010), **проектор** (Epson EB-980W: 1280x800; 3800 лм), **экран** (16:9; 190x330 см)

На ПК установлено следующее программное обеспечение: Офисное ПО: операционная система MS Windows, офисный пакет MS Office, платформа MS Teams, офисный пакет LibreOffice, антивирусное ПО Dr. Web.

Обеспечено проводное подключение ПК к локальной сети и сети Интернет.

Мультимедийная учебная аудитория семинарского типа № 311 на 24 рабочих места с **компьютерным классом** на 15 рабочих мест для **проведения индивидуальных и групповых консультаций, для самостоятельной работы** оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием:

15+1 ПК (Dell 3060-7601: Intel Core i5 8500T 2,1 ГГц; DDR4 8 ГБ; SSD 256 ГБ; Dell SE2216H: 1920x1080; 21,5 дюйма; MS Windows 10; MS Office 2010), **проектор** (Epson EB-980W: 1280x800; 3800 лм), **экран** (16:10)

На ПК установлено следующее программное обеспечение:

— Офисное ПО: операционная система MS Windows, офисный пакет MS Office, платформа MS Teams, офисный пакет LibreOffice, антивирусное ПО Dr. Web.

Обеспечено проводное подключение ПК к локальной сети и сети Интернет.