

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал)
Тюменского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Шилов С.П.

« 28 » мая 2020 г.



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Рабочая программа для обучающихся по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки):
Профили: математика; информатика
Форма обучения очная

Мальшева Е.Н., Валицкас А.И. Дифференциальная геометрия. Рабочая программа для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки): математика; информатика, форма обучения очная. Тобольск, 2020.

Рабочая программа дисциплины опубликована на сайте ТюмГУ: Дифференциальная геометрия [электронный ресурс] / Режим доступа: <https://tobolsk.utmn.ru/sveden/education/#>

- © Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал) Тюменского государственного университета, 2020
- © Мальшева Елена Николаевна, 2020
- © Валицкас Алексей Игоревич, 2020

1. Пояснительная записка

Цель изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия» - формирование у студентов систематизированных знаний в области дифференциальной геометрии, ее месте и роли в системе математических наук, как основы профессионально-педагогических компетенций учителя.

Задачи:

развивать математическое мышление обучающихся, познакомить с направлениями развития знаний о дифференциальной геометрии;

сформировать систему представлений о методах дифференциальной геометрии и возможностях их применения;

показать место научной области в системе математических наук;

дать научное обоснование разделов школьного курса математики и физики, связанных с изучением элементов дифференциальной геометрии.

1.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальная геометрия» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1. Учебным планом предусмотрено изучение данной дисциплины в течение 9 семестра.

Для успешного освоения содержания данной дисциплины необходимо успешное освоение дисциплин Математический анализ (1-4 сем.), Алгебра (1-3 сем), Геометрия (3-4 сем.), Основы математической обработки информации (4 сем.), Дифференциальные уравнения (5 сем.), Элементарная математика (7 сем.)

Изучение данной дисциплины обеспечивает освоение последующих дисциплин и практик:

- Преддипломная практика (10 сем.);
- Выпускная квалификационная работа (10 сем.).

1.2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения данной дисциплины

Процесс изучения данной дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по данному направлению подготовки:

ОК-4 способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия;

ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов.

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)
ОК-4 способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия	Знает математические формы записи выражений дифференциальной геометрии
	Может грамотно оформить решения заданий по дифференциальной геометрии
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных	Знает основные понятия, теории и методы дифференциальной геометрии, место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, их межпредметные

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)
результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	связи
	Может использовать теоретические знания для решения математических и прикладных задач, нахождения геометрических и физических величин, способен доступно объяснить решение

2. Структура и трудоемкость дисциплины

Таблица 1

Вид учебной работы	Всего часов	Часов в семестре
		9
Общая трудоемкость	зач. ед.	
	час	
	4	4
	144	144
Из них:		
Часы аудиторной работы (всего):	54	54
Лекции	18	18
Практические занятия	36	36
Лабораторные / практические занятия по подгруппам		
Часы внеаудиторной работы, включая самостоятельную работу обучающегося	90	90
Вид промежуточной аттестации (зачет, диф. зачет, экзамен)		экзамен, контрольная работа

3. Система оценивания

3.1. Текущий контроль

Оценивание результатов освоения дисциплины может осуществляться в рамках балльной системы, разработанной преподавателем и доведенной до сведения обучающихся на первом занятии

№ темы	Формы оцениваемой работы	Количество часов	Макс. количество баллов
Лекции 1-9	Конспект Контрольные вопросы	18	18
Практические занятия 1-18	Решение задач. Объяснение решения у доски.	36	54
Самостоятельная работа	Домашние задания. Проверочные работы Контрольная работа Подготовка к экзамену	90	28
	Итого	144	100

3.2. Промежуточный контроль

Обучающиеся, выполнившие учебный план, получают оценку «удовлетворительно», «хорошо» или «отлично» (9 семестр). Экзамен – собеседование по теоретическому вопросу и результатам контрольной работы (методическая часть).

Промежуточная аттестация может быть выставлена с учетом совокупности баллов, полученных обучающимся в рамках текущего контроля.

Перевод баллов в оценки:

Вид аттестации	Соответствие рейтинговых баллов и академических оценок			
	Зачтено	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Экзамен	61-100 баллов	61-75 баллов	76-90 баллов	91-100 баллов

4. Содержание дисциплины

4.1. Тематический план дисциплины

Таблица 2

№	Темы	Объем дисциплины, час.				
		Всего	Виды аудиторной работы			Иные виды контактной работы
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные / практические занятия по подгруппам	
1	Геометрия кривых	64	8	16		
2	Геометрия поверхностей	80	10	20		
	Итого (часов)	144	18	36		

4.2. Содержание дисциплины по темам

4.2.1. Темы лекций

№.	Раздел	Тема лекции
1	Геометрия кривых	<p>1. Евклидово n-мерное пространство E_n. Регулярные кривые в E_n. Уравнение касательной к кривой и геометрический смысл касательной.</p> <p>2. Натуральная параметризация кривой. Плоские кривые и основные способы их задания. Соприкосновение кривых. Дважды соприкасающаяся окружность.</p> <p>3. Кривизна плоской кривой. Формулы Френе для плоских кривых. Пространственные кривые. Соприкасающаяся плоскость и её геометрический смысл.</p> <p>4. Кривизна и кручение пространственной кривой. Репер Френе и формулы Френе. Геометрический смысл кривизны и кручения.</p>
2	Геометрия поверхностей	<p>5. Понятие простой регулярной поверхности в E^3. Основные способы задания поверхностей.</p> <p>6. Пространство касательных векторов в точке поверхности. Касательная плоскость и её геометрический смысл.</p> <p>7. Первая квадратичная форма поверхности и её применения. Понятие внутренней геометрии поверхности. Изгибания поверхностей.</p> <p>8. Вторая квадратичная форма поверхности. Теоремы Эйлера и Минье. Вычисление главных кривизн и главных направлений поверхности.</p> <p>9. Гауссова и средняя кривизна поверхности. Формулы Гаусса-</p>

№.	Раздел	Тема лекции
		Петерсона-Кодацци и теорема Бонне (без доказательства).

4.2.2. Темы практических занятий

раздел	№ работы	Тема	Кол-во часов
1	Практическая работа 1.	Регулярные кривые в E_n . Касательный вектор и уравнение касательной к кривой. Геометрический смысл касательной.	2
	Практическая работа 2.	Натуральная параметризация кривой.	2
	Практическая работа 3.	Плоские кривые и основные способы их задания. Порядок соприкосновения кривых. Дважды соприкасающаяся окружность. Кривизна плоской кривой.	4
	Практическая работа 4.	Пространственные кривые. Соприкасающаяся и нормальная плоскости и их геометрический смысл.	4
	Практическая работа 5.	Кривизна и кручение пространственной кривой. Репер Френе.	4
2	Практическая работа 6.	Понятие простой регулярной поверхности в E^3 . Основные способы задания поверхностей. Поднятие кривых из области параметров на поверхность.	4
	Практическая работа 7.	Стандартный базис касательных векторов в точке регулярной поверхности. Касательная плоскость и её геометрический смысл.	4
	Практическая работа 8.	Первая квадратичная форма поверхности и её применения.	4
	Практическая работа 9.	Вторая квадратичная форма поверхности.	4
	Практическая работа 10.	Вычисление главных кривизн и главных направлений поверхности.	4

4.2.3. Образцы средств для проведения текущего контроля

Текущий контроль осуществляется проверкой наличия конспектов лекций и собеседования по вопросам к коллоквиуму, выполнения практических работ, контрольных работ, рефератов и заданий для самостоятельной работы.

Вопросы к коллоквиуму

Вопросы к коллоквиуму 1

1. Евклидово n -мерное пространство E_n .
2. Регулярные кривые в E_n .
3. Уравнение касательной к кривой и геометрический смысл касательной.
4. Натуральная параметризация кривой.
5. Плоские кривые и основные способы их задания.
6. Соприкосновение кривых.
7. Дважды соприкасающаяся окружность.
8. Кривизна плоской кривой.
9. Формулы Френе для плоских кривых.
10. Пространственные кривые.

11. Соприкасающаяся плоскость и её геометрический смысл.
12. Кривизна и кручение пространственной кривой.
13. Репер Френе и формулы Френе.
14. Геометрический смысл кривизны и кручения.

Вопросы к коллоквиуму 2

1. Понятие простой регулярной поверхности в E^3 .
2. Основные способы задания поверхностей.
3. Пространство касательных векторов в точке поверхности.
4. Касательная плоскость и её геометрический смысл.
5. Первая квадратичная форма поверхности и её применения.
6. Понятие внутренней геометрии поверхности.
7. Изгибания поверхностей.
8. Вторая квадратичная форма поверхности.
9. Теоремы Эйлера и Минье.
10. Вычисление главных кривизн и главных направлений поверхности.
11. Гауссова и средняя кривизна поверхности.
12. Формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци и теорема Бонне (без доказательства).

Проверочные работы

Проверочная работа 1. Пространственные кривые

Для данной кривой $\gamma: \begin{cases} x = t^3 - 2 \cdot t^2 \\ y = 2 \cdot t^2 - 1 \\ z = 3 \cdot t + 1 \end{cases}$ при $t_0 = 1$ найдите:

1. Уравнения нормальной и соприкасающейся плоскости и уравнение касательной к γ .
2. Репер Френе, кривизну и кручение для γ .
3. Докажите, что если кривая целиком лежит в одной плоскости, то её кручение тождественно равно нулю.

Проверочная работа 2. Поверхности

Для поверхности $\Pi: x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ и точки $M(-1; 0; \sqrt{3})$ на ней найдите:

1. параметризацию поверхности вблизи данной точки.
2. стандартный базис касательных векторов в точке M .
3. уравнение касательной плоскости в этой точке.
4. I -ю и II -ю квадратичные форму в точке M .
5. Гауссову и среднюю кривизны в точке M .

Контрольная работа

1. Сделайте анализ школьных учебников по математике и физике, рекомендованных для использования в школе, не старше 5 лет, по одной из категорий (тем) предметной области «Дифференциальная геометрия» (по вариантам).

2. Сделайте подбор задач по уровням сложности: не менее 3 задач на каждый уровень (базовый, повышенный, творческий) по математике и 3 задач на каждый уровень по физике (или техническим наукам – исследование механизмов, сопротивление материалов и др.) соответственно для профильной подготовки старшеклассников.

Вариант	Понятийная линия (тема)
1.	Евклидово n -мерное пространство E_n . Регулярные кривые в E_n . Уравнение касательной к кривой и геометрический смысл касательной
2.	Натуральная параметризация кривой. Плоские кривые и основные способы их задания. Соприкосновение кривых. Дважды соприкасающаяся окружность
3.	Кривизна плоской кривой. Формулы Френе для плоских кривых. Пространственные кривые. Соприкасающаяся плоскость и её геометрический смысл
4.	Кривизна и кручение пространственной кривой. Репер Френе и формулы Френе. Геометрический смысл кривизны и кручения
5.	Понятие простой регулярной поверхности в E^3 . Основные способы задания поверхностей
6.	Пространство касательных векторов в точке поверхности. Касательная плоскость и её геометрический смысл
7.	Первая квадратичная форма поверхности и её применения. Понятие внутренней геометрии поверхности. Изгибания поверхностей
8.	Вторая квадратичная форма поверхности. Теоремы Эйлера и Менье. Вычисление главных кривизн и главных направлений поверхности
9.	Гауссова и средняя кривизна поверхности. Формулы Гаусса-Петерсона-Кодацци и теорема Бонне.

5. Учебно-методическое обеспечение и планирование самостоятельной работы обучающихся

Таблица 3

№	Темы	Виды СРС
1.	Геометрия кривых	Подготовка к коллоквиуму 1. Выполнение проверочной работы 1.
2.	Геометрия поверхностей	Подготовка к коллоквиуму 2. Выполнение проверочной работы 2.
3.	1-2 раздел	Выполнение контрольной работы. Подготовка к экзамену.

6. Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю)

6.1. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

В 9 семестре проводится экзамен в форме собеседования по 2 вопросам: теоретический вопрос и представление результатов контрольной (методической) работы, выполненной в рамках самостоятельной работы.

Вопросы к экзамену

1. Понятие простой регулярной кривой в R^n . Натуральный параметр кривой. Примеры.
2. Касательная к кривой в R^n и её геометрический смысл. Примеры.
3. Порядок соприкосновения плоских кривых. Кривизна плоской кривой. Примеры.
4. Вычисление кривизны для произвольно параметризованной регулярной плоской кривой. Примеры.
5. Плоские кривые. Репер и формулы Френе для регулярных плоских кривых.

Примеры.

6. Соприкасающаяся плоскость к пространственной регулярной кривой. Примеры.

7. Репер Френе для регулярной пространственной кривой. Вычисление в произвольной параметризации. Примеры.

8. Кривизна и кручение пространственной кривой. Вычисление в произвольной параметризации. Примеры.

9. Геометрический смысл кривизны и кручения пространственной кривой.

10. Формулы Френе для регулярной пространственной кривой. Примеры.

11. Использование формул Френе для приближённого описания поведения пространственной кривой.

12. Понятие простой регулярной поверхности. Примеры.

13. Пространство касательных векторов в точке поверхности. Уравнение касательной плоскости в точке поверхности. Примеры.

14. Геометрический смысл касательной плоскости в точке поверхности. Примеры.

15. I-я квадратичная форма поверхности. Вычисление для различных заданий поверхности. Примеры.

16. I-я квадратичная форма поверхности. Применение к решению некоторых задач (угол между кривыми на поверхности, длина дуги кривой на поверхности). Примеры.

17. I-я квадратичная форма поверхности. Применение к решению некоторых задач (площадь поверхности). Понятие внутренней геометрии поверхности. Примеры.

18. II-я квадратичная форма поверхности и её значение: теорема Бонне. Примеры вычисления II-й квадратичной формы поверхности.

19. II-я квадратичная форма поверхности: Главные кривизны и главные направления. Свойства и примеры.

6.2. Критерии оценивания компетенций:

Таблица 4

Карта критериев оценивания компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
ОК-4 способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия	Знает математические формы записи выражений дифференциальной геометрии	Коллоквиумы. Практические работы. Экзамен	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя.
	Может грамотно оформить решения заданий по дифференциальной геометрии	Практические работы. Проверочные работы.	<i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно. <i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных,	Знает основные понятия, теории и методы дифференциальной геометрии, место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей	Практические работы. Проверочные работы. Контрольная работа. Экзамен.	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя. <i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно.

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	школы, их межпредметные связи		<i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
	Может использовать теоретические знания для решения математических и прикладных задач, нахождения геометрических и физических величин, способен доступно объяснить решение	Практические работы. Контрольная работа Экзамен.	

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература:

1. Мищенко, А. С. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 304 с. (Классический университетский учебник) – URL: <https://znanium.com/read?id=73321> – Режим доступа: по подписке ТюмГУ.

7.2 Дополнительная литература:

1. Белов, Ю. Я. Аппроксимация и корректность краевых задач для дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пос. / Ю. Я. Белов, Р. В. Сорокин, И. В. Фроленков. - Красноярск: Сиб. Федер. ун-т, 2012. - 172 с. – URL: <https://znanium.com/read?id=156641> – Режим доступа: по подписке ТюмГУ.

2. Розендорн, Э. Р. Теория поверхностей / Э.Р. Розендорн, - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 304 с. – URL: <https://znanium.com/read?id=254780> – Режим доступа: по подписке ТюмГУ.

7.3 Интернет-ресурсы:

1. Единое окно доступа к информационным ресурсам. – URL: <http://window.edu.ru> Режим доступа: свободный.
2. Портал образования. – URL: <https://portalobrazovaniya.ru> Режим доступа: свободный.
3. Российское образование. Федеральный портал. – URL: <http://www.edu.ru> Режим доступа: свободный.
4. Малая академия наук "Интеллект будущего" – URL: <https://new.future4you.ru>. Режим доступа: свободный.
5. Наука и образование ON-LINE. Школьникам. – URL: <https://eee-science.ru/announcements-events/competitions-schoolchild/> Режим доступа: свободный.
6. Академия Педагогики. Центр дистанционной поддержки учителей. – URL: <http://pedakademy.ru> Режим доступа: свободный.

7.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» – URL: <https://e.lanbook.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
2. Электронно-библиотечная система Znanium.com – URL: <https://znanium.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.

3. IPR BOOKS – URL: <http://www.iprbookshop.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – URL: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
5. Межвузовская электронная библиотека (МЭБ) – URL: <https://icdlib.nspu.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ) – URL: <https://rusneb.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
7. Ивис – URL: <https://dlib.eastview.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
8. Библиотека ТюмГУ - <https://library.utmn.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

- Интернет-браузер для работы с интернет-ресурсами и информационными справочными системами;
- Microsoft Teams – интернет-приложение, платформа для электронного обучения.

Лицензионное ПО для разработки учебно-методических материалов:

- Microsoft Office 2003, Microsoft Office 2007, Microsoft Office 2010, Windows, Dr. Web.

9. Технические средства и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Мультимедийная учебная аудитория семинарского типа № 412 на 28 посадочных мест для проведения лекционных и практических занятий оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием: учебная мебель, доска аудиторная, мультимедийное проекционное и акустическое оборудование, персональный компьютер **ПК** (DELL VOSTRO 3900: Intel Core i5-4460 3,2 ГГц; DDR3 4 ГБ; SSD 128 ГБ; DELL E2214НВ: 1920x1080; 21,5 дюйм; MS Windows 10; MS Office 2010), **проектор** (Epson EB-980W: 1280x800; 3800 лм), **экран** (16:9; 190x330 см)

На ПК установлено следующее программное обеспечение: Офисное ПО: операционная система MS Windows, офисный пакет MS Office, платформа MS Teams, офисный пакет LibreOffice, антивирусное ПО Dr. Web.

Обеспечено проводное подключение ПК к локальной сети и сети Интернет.

Мультимедийная учебная аудитория семинарского типа № 311 на 24 рабочих места с компьютерным классом на 15 рабочих мест для проведения индивидуальных и групповых консультаций, для самостоятельной работы оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием:

15+1 ПК (Dell 3060-7601: Intel Core i5 8500T 2,1 ГГц; DDR4 8 ГБ; SSD 256 ГБ; Dell SE2216H: 1920x1080; 21,5 дюйма; MS Windows 10; MS Office 2010), **проектор** (Epson EB-980W: 1280x800; 3800 лм), **экран** (16:10)

На ПК установлено следующее программное обеспечение:

— Офисное ПО: операционная система MS Windows, офисный пакет MS Office, платформа MS Teams, офисный пакет LibreOffice, антивирусное ПО Dr. Web.

Обеспечено проводное подключение ПК к локальной сети и сети Интернет.