

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал)
Тюменского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Шилов С.П.

« 28 » мая 2020 г.



ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Рабочая программа для обучающихся по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки):
Профили: математика; информатика
Форма обучения очная

Мальшева Е.Н., Валицкас А.И. Числовые системы. Рабочая программа для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки): математика; информатика, форма обучения очная. Тобольск, 2020.

Рабочая программа дисциплины опубликована на сайте ТюмГУ: Числовые системы [электронный ресурс] / Режим доступа: <https://tobolsk.utmn.ru/sveden/education/#>

© Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал) Тюменского государственного университета, 2020

© Мальшева Елена Николаевна, 2020

© Валицкас Алексей Игоревич, 2020

1. Пояснительная записка

Цель изучения дисциплины «Числовые системы» - формирование у студентов систематизированных знаний в области числовых систем, их месте и роли в системе математических наук, как основы профессионально-педагогических компетенций учителя.

Задачи:

- развивать математическое мышление обучающихся, познакомить с направлениями развития знаний о числовых системах;
- сформировать систему представлений о методах исследования числовых систем и возможностях их применения;
- показать место научной области в системе математических наук;
- дать научное обоснование разделов школьного курса математики, связанных с изучением элементов числовых систем.

1.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Числовые системы» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1. Учебным планом предусмотрено изучение данной дисциплины в течение 9 семестра.

Для успешного освоения содержания данной дисциплины необходимо успешное освоение дисциплин Математический анализ (1-4 сем.), Алгебра (1-3 сем), Геометрия (3-4 сем.), Основы математической обработки информации (4 сем.), Дифференциальные уравнения (5 сем.), Элементарная математика (7 сем.)

Изучение данной дисциплины обеспечивает освоение последующих дисциплин и практик:

- Преддипломная практика (10 сем.);
- Выпускная квалификационная работа (10 сем.).

1.2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения данной дисциплины

Процесс изучения данной дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и ОП ВО по данному направлению подготовки:

ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;

ПК-1 способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики.

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает основные понятия, теории и методы исследования числовых систем
	Может использовать теоретические знания для решения математических и прикладных задач, нахождения геометрических и физических величин
ПК-1 использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, их межпредметные связи
	Может доступно объяснить решение задач в области числовых систем, показать область применения знаний

2. Структура и трудоемкость дисциплины

Таблица 1

Вид учебной работы	Всего часов	Часов в семестре
		9
Общая трудоемкость	зач. ед.	4
	час	144
Из них:		
Часы аудиторной работы (всего):	54	54
Лекции	18	18
Практические занятия	36	36
Лабораторные / практические занятия по подгруппам		
Часы внеаудиторной работы, включая самостоятельную работу обучающегося	90	90
Вид промежуточной аттестации (зачет, диф. зачет, экзамен)		экзамен, контрольная работа

3. Система оценивания

3.1. Текущий контроль

Оценивание результатов освоения дисциплины может осуществляться в рамках балльной системы, разработанной преподавателем и доведенной до сведения обучающихся на первом занятии

№ темы	Формы оцениваемой работы	Количество часов	Макс. количество баллов
Лекции 1-9	Конспект Контрольные вопросы	18	18
Практические занятия 1-18	Решение задач. Объяснение решения у доски. Контрольная работа	36	54
Самостоятельная работа	Домашние задания. Самостоятельные работы Подготовка к экзамену	90	28
	Итого	144	100

3.2. Промежуточный контроль

Обучающиеся, выполнившие учебный план, получают оценку «удовлетворительно», «хорошо» или «отлично» (9 семестр). Экзамен – собеседование по теоретическому вопросу и результатам контрольной работы (методическая часть).

Промежуточная аттестация может быть выставлена с учетом совокупности баллов, полученных обучающимся в рамках текущего контроля.

Перевод баллов в оценки:

Вид аттестации	Соответствие рейтинговых баллов и академических оценок			
	Зачтено	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Экзамен	61-100 баллов	61-75 баллов	76-90 баллов	91-100 баллов

4. Содержание дисциплины

4.1. Тематический план дисциплины

Таблица 2

№	Темы	Объем дисциплины, час.				
		Всего	Виды аудиторной работы			Иные виды контактной работы
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные / практические занятия по подгруппам	
1	Числа натуральные, целые и рациональные	46	6	12		
2	Действительные и комплексные числа	46	8	16		
3	Дальнейшие обобщения понятия числа	46	4	8		
Итого (часов)		144	18	36		

4.2. Содержание дисциплины по темам

4.2.1. Темы лекций

№.	Раздел	Тема лекции
1	Числа натуральные, целые и рациональные	<p>1.1. Определение и схема построения аксиоматических теорий. Свойства аксиоматических теорий (независимость аксиом, непротиворечивость, полнота и категоричность теории).</p> <p>Определение натурального ряда с помощью аксиом Пеано. Независимость аксиом Пеано. Непротиворечивость аксиоматической теории натуральных чисел. Принцип полной математической индукции. Доказательство методом полной математической индукции. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Теорема Гедёля о неполноте формальной арифметики.* Сложение натуральных чисел. Основные свойства сложения. Умножение натуральных чисел. Основные свойства умножения. Отношение $<$ для натуральных чисел. Основные свойства линейно упорядоченного множества натуральных чисел. Связь между операциями $+$, \cdot и отношением $<$.</p> <p>1.2. Определение системы целых чисел. Кольцо целых чисел как расширение полукольца натуральных чисел: построение кольца целых чисел с помощью понятия разности натуральных чисел. Категоричность системы целых чисел. Основные свойства колец. Область целостности. Упорядоченное кольцо. Система целых чисел как упорядоченная коммутативная область целостности с единицей.</p> <p>1.3. Определение системы рациональных чисел. Поле</p>

№.	Раздел	Тема лекции
		рациональных чисел как расширения кольца целых чисел: построение поля рациональных чисел с помощью понятия частного целых чисел. Категоричность системы рациональных чисел. Основные свойства полей. Упорядоченное поле. Система рациональных чисел как упорядоченное поле.
2	Действительные и комплексные числа	<p>2.1. Определение системы действительных чисел как непрерывного упорядоченного поля с помощью аксиом Кантора и Архимеда (аксиома непрерывности).</p> <p>2.2. Построение системы действительных чисел (конечные десятичные дроби, бесконечные десятичные дроби). Представление действительного числа бесконечной десятичной дробью. Арифметические операции над бесконечными десятичными дробями. Проверка аксиом поля.</p> <p>2.3. Отношение $<$ на множестве десятичных дробей. Линейный порядок на множестве действительных чисел. Система действительных чисел как непрерывное упорядоченное поле. Категоричность системы действительных чисел.</p> <p>2.4. Алгебраические расширения полей. Построение системы комплексных чисел путём присоединения к действительным числам корня уравнения $x^2 + 1 = 0$.</p>
3	Дальнейшие обобщения понятия числа	<p>3.1. Различные подходы к обобщению понятия числа. Формирование определения кватерниона. Определение тела кватернионов. Существование системы кватернионов. Категоричность тела кватернионов.*</p> <p>3.2. Алгебры над полем. Алгебра с делением (тело) и её ранг. Теорема Фробениуса: общий взгляд на действительные, комплексные числа и кватернионы. Дальнейшие обобщения.</p>

4.2.2. Темы практических занятий

раздел	№ работы	Тема	Кол-во часов
1	Практическая работа 1.	Принцип математической индукции. Доказательство математических утверждений методом математической индукции.	6
	Практическая работа 2.	Система аксиом Пеано. Сложение и умножение натуральных чисел.	4
	Практическая работа 3.	Целые и рациональные числа. Их свойства.	2
2	Практическая работа 4.	Представление действительных чисел десятичными дробями. Перевод рациональных чисел в десятичные дроби.	6
	Практическая работа 5.	Пополнение системы рациональных чисел. Операции сложения, вычитания и умножения над действительными числами.	6
	Практическая работа 6.	Алгебраические расширения полей. Арифметика поля комплексных чисел.	4
3	Практическая работа 7.	Кватернионы и алгебраические действия над ними.	4

раздел	№ работы	Тема	Кол-во часов
	Практическая работа 8.	Решение уравнений в изученных числовых системах.	4

4.2.3. Образцы средств для проведения текущего контроля

Текущий контроль осуществляется проверкой наличия конспектов лекций и собеседования по вопросам к коллоквиуму, выполнения практических работ, контрольных работ, рефератов и заданий для самостоятельной работы.

Вопросы к коллоквиуму

Вопросы к коллоквиуму 1

1. Аксиоматическая теория. Схема построения неформальной аксиоматической теории. Интерпретация и модель аксиоматической теории.
2. Формулировка аксиоматической теории. Свойства аксиоматических теорий.
3. Определение натурального ряда. Независимость аксиом Пеано.
4. Принцип полной математической индукции. Доказательство методом полной математической индукции. Примеры.
5. Сложение натуральных чисел и его основные свойства. Аддитивная полугруппа натуральных чисел.
6. Умножение натуральных чисел и его основные свойства. Полукольцо натуральных чисел.
7. Отношение “меньше” для натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел и его основные свойства.
8. Связь между операциями $+$, \cdot и отношением $<$. Упорядоченное полукольцо натуральных чисел и его основные свойства.
9. Изоморфизм одноименных систем натуральных чисел.
10. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
11. Определение системы целых чисел. Кольцо целых чисел, как расширение полукольца натуральных чисел.
12. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
13. Основные свойства системы целых чисел как кольца, области целостности и упорядоченного кольца.
14. Изоморфизм (упорядоченных) колец целых чисел.

Вопросы к коллоквиуму 2

1. Определение системы рациональных чисел. Существование системы рациональных чисел. Построение поля рациональных чисел.
2. Основные свойства системы рациональных чисел как поля, упорядоченного поля.
3. Изоморфизм (упорядоченных) полей рациональных чисел.
4. Определение системы действительных чисел. Формирование определения.
5. Существование системы действительных чисел. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей.
6. Конечные десятичные дроби. Сложение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.
7. Умножение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.
8. Последовательность стягивающихся отрезков. Целая часть действительного числа. Представление действительного числа десятичной дробью.
9. Связь между отношениями линейного порядка на множествах R (действительных

чисел) и S (десятичных дробей). Характеризация рационального числа через его представление в виде десятичной дроби.

10. Изоморфизм упорядоченных полей действительных чисел.
11. Определение и существование системы кватернионов. Линейные алгебры над полями. Теорема Фробениуса.

Проверочные работы

Проверочная работа 1

1. Дан натуральный ряд $\langle \mathbf{N}, ' \rangle$, $1' = 2$, $2' = 3$, ... Пользуясь только определениями и сложения и умножения натуральных чисел, вычислите:
 - а) $4 + 3$
 - б) $2 \cdot 3$
2. Методом полной математической индукции докажите:

$$\forall n \in \mathbf{N} (10^n + 17) \div 9.$$
3. Решите уравнения в $\langle \overline{\mathbf{Z}}, \oplus, \otimes \rangle$: $\overline{(5, 4)} \oplus \overline{(x, y)} \otimes \overline{(2, 4)} = \overline{(1, 8)}$
4. Выполните действия в $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$: $\overline{((1, 2) \oplus (6, 8))} \otimes \overline{((5, 10) \oplus (3, 12))}$.
5. Проверьте, является ли $\varphi: A \rightarrow B$ изоморфизмом колец, если:

$$A = \{a + b \cdot i \cdot \sqrt{3} \in \mathbf{R} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}; \quad B = \{(a, b) \in \mathbf{R}^2 \mid a, b \in \mathbf{Z}\},$$

$$(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2; b_1 + b_2)$$

$$(a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 a_2 - 3 b_1 b_2, a_1 b_2 + a_2 b_1)$$

Проверочная работа 2

1. Докажите с помощью математической индукции следующие равенства:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
2. Найдите длину периода (δ) и предпериода (l) при обращении обыкновенной дроби в десятичную: $\frac{17}{260}$.
3. Проверьте, образует ли группу множество: $M = \{a + b \cdot \sqrt{5} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$ по обычному сложению чисел.
4. Запишите в виде отношения целых чисел рациональные числа представленные в виде следующей десятичной дроби: $2,05$ (456) и проверить правильность результата делением столбиком.
5. Пусть \mathbf{R}_\bullet – мультипликативная группа действительных чисел. Проверьте, является ли отображение $\varphi: \mathbf{R}_\bullet \rightarrow \mathbf{R}_\bullet: \forall a \in \mathbf{R}_\bullet \varphi(a) = a^3$ автоморфизмом?

Контрольная работа

1 часть

1. Заполнить таблицу, поставив «+», если данное множество с указанными операциями образует алгебры указанного типа и «-» в противном случае.

№ п/п	множество	операции	полугруппа	группа	кольцо	поле
1	\mathbf{N}	+	+	-	-	-

2	N	×				
3	N	+, ×				
4	Z	+				
5	Z	×				
6	Z	+, ×				
7	Q	+				
8	Q	×				
9	Q	+, ×				
10	R	+				
11	R	×				
12	R	+, ×				
13	C	+				
14	C	×				
15	C	+, ×				
16	Q⁺	×				
17	Q⁺	+				
18	Q \ {0}	×				
19	R⁺	×				
20	R⁺	+				
21	R \ {0}	×				
22	C \ {0}	×				
23	Q \ {0}	+				
24	R \ {0}	+				
25	C \ {0}	+	–	–	–	–

Обозначения:

Множества: N – натуральных чисел, Z – целых чисел, Q – рациональных чисел, R – действительных чисел, C – комплексных чисел, R^+ – положительных действительных чисел, Q^+ – положительных рациональных чисел, $Q \setminus \{0\}$ – ненулевых рациональных чисел, $R \setminus \{0\}$ – ненулевых действительных чисел, $C \setminus \{0\}$ – ненулевых комплексных чисел.

2. Образуют ли группу множества?
 - а) $A = \{1, -1, i, -i\} \subseteq C$ по умножению;
 - б) $B = \{a + bi \in C \mid a, b \in Z\}$ по сложению (по умножению).
3. Является ли группой множество $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ относительно операции $a * b = r$, где r – остаток от деления $a \cdot b$ на 6?
4. Образует ли кольцо (поле) множества
 - а) $A = \{a + b \cdot \sqrt{3} \in R \mid a, b \in Q\}$;
 - б) $B = \{a + b \cdot \sqrt[3]{2} \in R \mid a, b \in Q\}$;
 - в) $C = \{a + b \cdot \sqrt{7} \in R \mid a, b \in Z\}$?
5. Дан натуральный ряд $\langle N, ' \rangle$, $1' = 2$, $2' = 3$, ... Вычислить, пользуясь только аксиомами сложения и умножения и введёнными обозначениями, а) $2 + 3$; б) $3 + 4$; в) $2 \cdot 3$; г) $4 \cdot 2$
6. Доказать, пользуясь методом полной математической индукции:
 - 1) $\forall n \in N (10^n + 107) : 9$
 - 2) $\forall n \in N 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
7. Доказать, что бинарное отношение ρ , заданное на множестве N (на множестве Z , на множестве Q) является отношением порядка

$$\forall a, b \in N \ a \rho b \Leftrightarrow a < b \ (\forall a, b \in Z; \forall a, b \in Q)$$
 пользуясь соответствующими определениями отношения $<$ для натуральных

(целых, рациональных) числах.

8. Доказать, что множество $\overline{\mathbf{Z}} = \{ \overline{(a,b)} \mid a, b \in \mathbf{N} \}$ относительно операций \oplus и \otimes , заданных следующим образом: $\forall \overline{(a,b)}, \overline{(c,d)} \in \overline{\mathbf{Z}} \quad \overline{(a,b)} \oplus \overline{(c,d)} = \overline{(a+c, b+d)}$, $\overline{(a,b)} \otimes \overline{(c,d)} = \overline{(ac+bd, ad+bc)}$, где $\overline{(a,b)} = \overline{(c,d)} \Leftrightarrow a+d = b+c$, является кольцом. Какой элемент является в нём нулём? Существует ли единичный элемент этого кольца, если да, то какой?

9. Доказать, что алгебра $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$ будет полем, если

$\overline{\mathbf{Q}} = \{ \overline{(a,b)} \mid a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0 \}$, $\forall \overline{(a,b)}, \overline{(c,d)} \in \overline{\mathbf{Q}} \quad \overline{(a,b)} \oplus \overline{(c,d)} = \overline{(ad+bc, b \cdot d)}$, $\overline{(a,b)} \otimes \overline{(c,d)} = \overline{(ac, b \cdot d)}$, $\overline{(a,b)} = \overline{(c,d)} \Leftrightarrow ad = bc$. Укажите ноль и единицу этого поля.

10. Вычислить в $\langle \overline{\mathbf{Z}}, \oplus, \otimes \rangle$

$$1) (\overline{(4,2)} \oplus \overline{(1,6)}) \otimes (\overline{(5,1)} \oplus \overline{(2,9)}),$$

$$2) \overline{(3,1)} \otimes \overline{(5,2)} \oplus \overline{(1,5)} \otimes \overline{(7,2)}$$

11. Решить уравнения в $\langle \overline{\mathbf{Z}}, \oplus, \otimes \rangle$

$$1) \overline{(4,1)} \otimes \overline{(x,y)} \oplus \overline{(1,7)} = \overline{(10,1)},$$

$$2) (\overline{(1,6)} \otimes \overline{(x,y)} \oplus \overline{(3,1)}) \otimes \overline{(5,3)} = \overline{(19,1)}$$

12. Вычислить в $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$

$$1) \overline{(3,4)} \oplus \overline{(5,6)} \otimes (\overline{(2,9)} \oplus \overline{(4,9)}),$$

$$2) \overline{(3,2)} \otimes \overline{(2,3)} \oplus \overline{(2,4)} \otimes \overline{(6,3)}$$

13. Решить уравнения в $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$

$$1) \overline{(3,4)} \otimes \overline{(x,y)} \oplus \overline{(6,1)} = \overline{(7,8)},$$

$$2) (\overline{(-1,2)} \oplus \overline{(1,8)}) \otimes \overline{(x,y)} = \overline{(3,4)}$$

14. Найти длину периода и число цифр до периода при обращении следующей дроби в десятичную:

$$1) \frac{3}{29}, \quad 2) \frac{1}{2^5 \cdot 5^2 \cdot 19}$$

15. Представить следующие бесконечные периодические десятичные дроби в виде рационального числа (отношения двух целых чисел):

$$1) 0,12(341), \quad 2) 5,(276), \quad 3) 1,8(24)$$

и проверить результат делением столбиком.

16. Найти целую часть $[a]$ действительного числа a , если

$$1) a = \pi, \quad 2) a = 5\frac{1}{7}, \quad 3) \overline{(a,b)}a = -4,15$$

2 часть

1. Сделайте анализ школьных учебников по математике, рекомендованных для использования в школе, не старше 5 лет, по одной из категорий (тем) предметной области «Числовые системы» (по вариантам).

2. Сделайте подбор примеров и задач по уровням сложности: не менее 10 примеров и не менее 5 задач на каждый уровень (базовый, повышенный, творческий). Подборку сделать для конкретного класса.

3. Разработайте план-конспект урока для конкретного класса.

1.	Принцип математической индукции. Доказательство математических утверждений методом математической индукции.
2.	Система аксиом Пеано. Сложение и умножение натуральных чисел.
3.	Целые и рациональные числа. Их свойства.
4.	Представление действительных чисел десятичными дробями. Перевод рациональных чисел в десятичные дроби.
5.	Пополнение системы рациональных чисел. Операции сложения, вычитания и умножения над действительными числами.
6.	Алгебраические расширения полей. Арифметика поля комплексных чисел.
7.	Кватернионы и алгебраические действия над ними.
8.	Решение уравнений в изученных числовых системах.

Рефераты

1. Различные виды доказательств по индукции. Примеры.
2. Конечные и счетные множества.
3. Степени и логарифмы.
4. Определение системы действительных чисел с помощью понятий сечения и верхней границы.
5. Определение системы действительных чисел с помощью понятия фундаментальной последовательности.
6. Кольцо m -адических чисел.
7. 10-адические числа.
8. m -адическая норма.
9. Нормированные поля.
10. Абстрактная характеристика поля p -адических чисел и поля действительных чисел с помощью понятия нормы.
11. Определения и существование двойных и дуальных чисел.
12. Общий взгляд на комплексные, двойные и дуальные числа.
13. Гиперкомплексные числа.

Задание для самостоятельной работы

Изучить и сделать конспект по теме «Различные определения системы действительных чисел»:

- 1) Определения системы действительных чисел с помощью понятий сечения и верхней границы.
- 2) Определение системы действительных чисел с помощью понятия фундаментальной последовательности.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется сечением? Приведите пример.
2. Сформулируйте определение граничных элементов сечения. Приведите пример.
3. Сформулируйте определение системы действительных чисел по Дедекинду.
4. Сформулируйте определение точной верхней границы множества.
5. Сформулируйте определение системы действительных чисел через аксиому о точной верхней границе.
6. Сформулируйте теоремы, устанавливающие эквивалентность вышеперечисленных определений системы действительных чисел и определения их через аксиомы Архимеда и Кантора.
7. Что называется фундаментальной последовательностью элементов упорядоченного поля?
8. Сформулируйте определение системы действительных чисел с помощью понятия

фундаментальной последовательности.

5. Учебно-методическое обеспечение и планирование самостоятельной работы обучающихся

Таблица 3

№	Темы	Виды СРС
1.	Числа натуральные, целые и рациональные	Подготовка к коллоквиуму 1. Выполнение проверочной работы 1. Рефераты.
2.	Действительные и комплексные числа	Подготовка к коллоквиуму 2. Выполнение проверочной работы 2. Рефераты.
3.	Дальнейшие обобщения понятия числа	Подготовка к коллоквиуму 2. Рефераты.
4.	Различные определения системы действительных чисел	Конспект, контрольные вопросы.
5.	1-3 раздел	Выполнение контрольной работы. Подготовка к экзамену.

6. Промежуточная аттестация по дисциплине (модулю)

6.1.Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

В 9 семестре экзамен собеседование проходит по 2 вопросам: теоретический вопрос и контрольная работа, выполненная в рамках самостоятельной работы.

Вопросы к экзамену

1. Аксиоматическая теория. Схема построения неформальной аксиоматической теории. Интерпретация и модель аксиоматической теории.
2. Формулировка аксиоматической теории. Свойства аксиоматических теорий.
3. Определение натурального ряда. Независимость аксиом Пеано.
4. Принцип полной математической индукции. Доказательство методом полной математической индукции. Примеры.
5. Сложение натуральных чисел и его основные свойства. Аддитивная полугруппа натуральных чисел.
6. Умножение натуральных чисел и его основные свойства. Полукольцо натуральных чисел.
7. Отношение “меньше” для натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел и его основные свойства.
8. Связь между операциями $+$, \cdot и отношением $<$. Упорядоченное полукольцо натуральных чисел и его основные свойства.
9. Изоморфизм одноименных систем натуральных чисел.
10. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
11. Определение системы целых чисел. Кольцо целых чисел, как расширение полукольца натуральных чисел.
12. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
13. Основные свойства системы целых чисел как кольца, области целостности и упорядоченного кольца.
14. Изоморфизм (упорядоченных) колец целых чисел.
15. Определение системы рациональных чисел. Существование системы

рациональных чисел. Построение поля рациональных чисел.

16. Основные свойства системы рациональных чисел как поля, упорядоченного поля.

17. Изоморфизм (упорядоченных) полей рациональных чисел.

18. Определение системы действительных чисел. Формирование определения.

19. Существование системы действительных чисел. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей.

20. Конечные десятичные дроби. Сложение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.

21. Умножение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.

22. Последовательность стягивающихся отрезков. Целая часть действительного числа. Представление действительного числа десятичной дробью.

23. Связь между отношениями линейного порядка на множествах R (действительных чисел) и S (десятичных дробей). Характеризация рационального числа через его представление в виде десятичной дроби.

24. Изоморфизм упорядоченных полей действительных чисел.

25. Определение и существование системы кватернионов. Линейные алгебры над полями. Теорема Фробениуса.

6.2. Критерии оценивания компетенций:

Таблица 4

Карта критериев оценивания компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает основные понятия, теории и методы исследования числовых систем	Коллоквиумы. Задание для самостоятельной работы. Экзамен	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя. <i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно.
	Может использовать теоретические знания для решения математических и прикладных задач, нахождения геометрических и физических величин	Практические работы. Проверочные работы. Контрольная работа. Экзамен.	<i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
ПК-1 использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, их межпредметные связи	Контрольная работа Экзамен.	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя. <i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно.
	Может доступно объяснить решение задач в области числовых систем, показать область применения знаний	Практические работы. Контрольная работа Экзамен.	<i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература:

1. Кнауб, Л. В. Теоретико-численные методы в криптографии [Электронный ресурс] : Учеб. пособие / Л. В. Кнауб, Е. А. Новиков, Ю. А. Шитов. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2011. - 160 с. – URL: <https://new.znaniy.com/read?id=86549> – Режим доступа: по подписке ТюмГУ.

7.2 Дополнительная литература:

1. Шидловский, А. Б. Диофантовы приближения и трансцендентные числа: учебное пособие / А.Б. Шидловский. - 2-е изд., испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 272 с. - URL: <https://znaniy.com/read?id=221947> – Режим доступа: по подписке ТюмГУ.

2. Шуман, Г. И. Алгебра и геометрия : учеб. пособие / Г.И. Шуман, О.А. Волгина, Н.Ю. Голодная. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. — (Высшее образование). - 160 с. – URL: <https://znaniy.com/read?id=334888> – Режим доступа: по подписке ТюмГУ

7.3 Интернет-ресурсы:

1. Единое окно доступа к информационным ресурсам. – URL: <http://window.edu.ru> Режим доступа: свободный.
2. Портал образования. – URL: <https://portalobrazovaniya.ru> Режим доступа: свободный.
3. Российское образование. Федеральный портал. – URL: <http://www.edu.ru> Режим доступа: свободный.
4. Малая академия наук "Интеллект будущего" – URL: <https://new.future4you.ru>. Режим доступа: свободный.
5. Наука и образование ON-LINE. Школьникам. – URL: <https://eee-science.ru/announcements-events/competitions-schoolchild/> Режим доступа: свободный.
6. Академия Педагогики. Центр дистанционной поддержки учителей. – URL: <http://pedakademy.ru> Режим доступа: свободный.

7.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» – URL: <https://e.lanbook.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
2. Электронно-библиотечная система Znaniy.com – URL: <https://znaniy.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
3. IPR BOOKS – URL: <http://www.iprbookshop.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – URL: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
5. Межвузовская электронная библиотека (МЭБ) – URL: <https://icdlib.nspu.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ) – URL: <https://rusneb.ru/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
7. Ивис – URL: <https://dlib.eastview.com/> Режим доступа: по подписке ТюмГУ.
8. Библиотека ТюмГУ - <https://library.utmn.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

- Интернет-браузер для работы с интернет-ресурсами и информационными справочными системами;
- Microsoft Teams – интернет-приложение, платформа для электронного обучения.

Лицензионное ПО для разработки учебно-методических материалов:

– Microsoft Office 2003, Microsoft Office 2007, Microsoft Office 2010, Windows, Dr. Web, Autodesk AutoCAD 2018.

9. Технические средства и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Мультимедийная учебная аудитория семинарского типа № 412 на 28 посадочных мест для проведения лекционных и практических занятий оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием: учебная мебель, доска аудиторная, мультимедийное проекционное и акустическое оборудование, персональный компьютер **ПК** (DELL VOSTRO 3900: Intel Core i5-4460 3,2 ГГц; DDR3 4 ГБ; SSD 128 ГБ; DELL E2214НВ: 1920x1080; 21,5 дюйм; MS Windows 10; MS Office 2010), **проектор** (Epson EB-980W: 1280x800; 3800 лм), **экран** (16:9; 190x330 см)

На ПК установлено следующее программное обеспечение: Офисное ПО: операционная система MS Windows, офисный пакет MS Office, платформа MS Teams, офисный пакет LibreOffice, антивирусное ПО Dr. Web.

Обеспечено проводное подключение ПК к локальной сети и сети Интернет.

Мультимедийная учебная аудитория семинарского типа № 311 на 24 рабочих места с компьютерным классом на 15 рабочих мест для проведения индивидуальных и групповых консультаций, для самостоятельной работы оснащена следующими техническими средствами обучения и оборудованием:

15+1 ПК (Dell 3060-7601: Intel Core i5 8500T 2,1 ГГц; DDR4 8 ГБ; SSD 256 ГБ; Dell SE2216H: 1920x1080; 21,5 дюйма; MS Windows 10; MS Office 2010), **проектор** (Epson EB-980W: 1280x800; 3800 лм), **экран** (16:10)

На ПК установлено следующее программное обеспечение:

— Офисное ПО: операционная система MS Windows, офисный пакет MS Office, платформа MS Teams, офисный пакет LibreOffice, антивирусное ПО Dr. Web.

Обеспечено проводное подключение ПК к локальной сети и сети Интернет.