

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал)
Тюменского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Шилов С.П.



ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профили: математика; информатика
Форма обучения очная

1. Паспорт оценочных материалов по дисциплине

1.1. Перечень компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает современное содержание элементарной математики и его приложения; перечень основной литературы по элементарной математике
	Умеет использовать аппарат элементарной математики при изучении и количественном описании реальных процессов и явлений
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета	Знает понятия школьного курса математики, с точки зрения заложенных в них фундаментальных математических идей
	Умеет анализировать, решать и записывать решение всех основных типов школьных задач, использовать методы и приёмы их решения, выбирать наиболее рациональные из них, использовать приемы анализа и проверки решения задач

1.2. Паспорт оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Темы дисциплины в ходе текущего контроля, вид промежуточной аттестации	Код компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства (количество вариантов, заданий и т.п.)
1	Множества, операции над множествами и их свойства	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 1. Самостоятельная работа 1, 2.
2	Основные понятия комбинаторики	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 2. Самостоятельная работа 3.
3	Делимость и её основные свойства	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 3. Самостоятельная работа 4.
4	Рациональные числа	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 4. Самостоятельная работа 5.
5	Иррациональные числа. Действительные числа	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 5. Самостоятельная работа 5.
6	Числовые и буквенные алгебраические выражения	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 6. Самостоятельная работа 6.
7	Уравнения, неравенства, их системы и совокупности.	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 7. Самостоятельная работа 6.
8	Понятие функции. Различные способы задания функции.	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 8. Самостоятельная работа 6.
9	Тригонометрические функции	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 9. Самостоятельная работа 6.
10	Показательная функция	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 10. Самостоятельная работа 6.
11	Применение производной к исследованию функций	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 11. Самостоятельная работа 7.
12	Понятие плоской геометрической фигуры	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 12.
13	Основные методы геометрических построений	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 13. Самостоятельная работа 8.
14	Окружность	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 14. Самостоятельная работа 8.

15	Площадь фигуры, градусная мера угла, объём	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 15. Самостоятельная работа 8.
16	Основные стереометрические фигуры. Прямые в пространстве. Плоскости в пространстве	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 16. Самостоятельная работа 9.
17	Тела вращения: цилиндр, конус, шар, сфера	ОК-3, ПК-4	Практическая работа 17. Самостоятельная работа 9.
	Контрольная работа	ОК-3, ПК-4	1 часть: вычислительные примеры и задачи по курсу «Элементарная математика» (3 варианта) 2 часть: методическое задание (24 варианта)
	Экзамен (7 семестр)	ОК-3, ПК-4	Вопросы к зачету (70 вопросов с примером)

1.3. Показатели, критерии и шкала оценивания сформированности компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает современное содержание элементарной математики и его приложения; перечень основной литературы по элементарной математике	Вопросы к зачету (экзамену)	<p><i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя.</p> <p><i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно.</p> <p><i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.</p>
	Умеет использовать аппарат элементарной математики при изучении и количественном описании реальных процессов и явлений	Практические работы Самостоятельные работы. Контрольная работа. Примеры к зачету (экзамену).	
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета	Знает понятия школьного курса математики, с точки зрения заложенных в них фундаментальных математических идей	Практические работы Контрольная работа. Вопросы к зачету (экзамену). Примеры к зачету (экзамену).	<p><i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя.</p> <p><i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно.</p> <p><i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.</p>
	Умеет анализировать, решать и записывать решение всех основных типов школьных задач, использовать методы и приёмы их решения, выбирать наиболее рациональные из них, использовать приемы анализа и проверки решения задач		

2. Виды и характеристика оценочных средств

Текущий контроль осуществляется в форме собеседования в речение практический работ, решения самостоятельных работ.

Оценивание результатов освоения дисциплины может осуществляться в рамках балльной системы, разработанной преподавателем и доведенной до сведения обучающихся на первом занятии

Промежуточная аттестация в 7 семестре проходит в форме собеседования по вопросам к экзамену и решения контрольной работы.

Промежуточная аттестация может быть выставлена с учетом совокупности баллов, полученных обучающимся в рамках текущего контроля.

2.1. Практические работы

Задания на практических занятиях используются для оценки умений по отдельным темам дисциплины. Отчет оценивается в баллах 0-5.

Задания представляются в виде письменной работы или файла. При необходимости сопровождается дополнительными материалами, в том числе, мультимедийными.

Содержание отчета и критерии оценки ответа доводятся до сведения обучающихся в начале занятий. Оценка объявляется непосредственно после сдачи отчета и проверки по выполненному заданию на текущем или следующем занятии.

Балл	Критерий оценивания заданий
5	Задания выполнены правильно в полном объеме. Оформление соответствует всем требованиям. Может ответить на уточняющие вопросы. Решения задачи с пояснением у доски на хорошем методическом уровне.
3-4	Задания выполнены правильно и практически полностью. Оформление в основном соответствует всем требованиям. Может ответить на некоторые уточняющие вопросы. Решения задачи с пояснением у доски.
1-2	Задания выполнены частично правильно и не полностью. Оформление соответствует отдельным требованиям. С трудом может ответить на некоторые уточняющие вопросы. Решения задачи с пояснением у доски отсутствует
0	Задания не выполнены правильно, не может ответить на вопросы. У доски не работает.

2.2. Самостоятельные работы

Используются для оценки практических умений по решению задач, выявлению алгоритма задач и способности объяснить решение задачи, как основа для формирования профессиональных компетенций.

Отчет о выполнении заданий оценивается по 5-ти балльной системе. Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся в начале занятий.

Балл	Критерий оценивания
"отлично"	Выполнил работу самостоятельно и без ошибок; допустил не более одного недочета; демонстрирует понимание способов и видов учебной деятельности по созданию алгоритма и программы; владеет терминологией и может прокомментировать этапы своей деятельности и полученный результат; может предложить другой способ деятельности или алгоритм выполнения задания.
"хорошо"	Выполнил работу самостоятельно и без ошибок; допустил не более двух (для простых задач) и трех (для сложных задач) недочетов; демонстрирует понимание способов и видов учебной деятельности по созданию алгоритма и программы;

	может прокомментировать этапы своей деятельности и полученный результат (например, дает комментарии о выполненных действиях при форматировании алгоритма или листинга программы; затрудняется предложить другой способ деятельности или алгоритм выполнения задания).
"удовлетворительно"	Если студент правильно выполнил более 50% всех заданий и при этом: демонстрирует общее понимание способов и видов учебной деятельности по созданию алгоритма и программы; может прокомментировать некоторые этапы своей деятельности и полученный результат. Или при условии выполнения всей работы студент допустил: для простых задач – одну грубую ошибку или более четырех недочетов; для сложных задач – две грубые ошибки или более восьми недочетов. Сложным считается задание, которое естественным образом разбивается на несколько частей при его выполнении.
"неудовлетворительно"	Допустил число ошибок и недочетов, превышающее норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно»; правильно выполнил не более 10% всех заданий. Или не приступил к выполнению работы.

2.3. Контрольная работа

Контрольная работа в 7 семестре используется для оценки практических умений по решению задач, выявлению алгоритма задач и способности объяснить решение задачи, как основа для формирования профессиональных компетенций по одному из разделов дисциплины.

Отчет о выполнении заданий оценивается в 10 баллов. Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся при выдаче контрольной работы. Часть 2 контрольной работы выполняется в ходе самостоятельной работы.

Часть КР	Задание	Максимальный балл
Часть 1.	Задания 1-7 (множества)	1
	Задания 8-10 (комбинаторика)	1
	Задания 11-15 (рациональные и иррациональные числа)	1
	Задания 16-21 (исследование функций)	1
	Задания 22-23 (геометрия)	1
Часть 2.	Задания 1-3.	5
	ИТОГО	10 баллов

По результатам проверки за контрольную работу ставится оценка «зачтено»:

Оценка «ЗАЧТЕНО» (базовый или повышенный уровень: готов к самостоятельному выполнению работ, в том числе, в учебно-воспитательном процессе)

- Умеет решать вычислительные задачи и демонстрирует общее понимание методов их решения.
- Знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, межпредметные связи.
- Может использовать теоретические знания в учебно-воспитательном процессе.
- Контрольная работа оценена на 5-10 баллов.

Оценка «НЕ ЗАЧТЕНО» (низкий или пороговый уровень: может выполнять работы только под контролем преподавателя)

- С трудом может решить отдельные типы вычислительных задач, демонстрирует слабое понимание методов их решения.

- Не знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, межпредметные связи.
- Затрудняется использовать теоретические знания в учебно-воспитательном процессе.
- Контрольная работа оценена на 0-4 балла.

2.4. Экзамен

Экзамен является средством проведения промежуточной аттестации в 7 семестре, проходит в форме собеседования по вопросам.

Допуском к экзамену является выполнение контрольной работы (зачет).

Результаты освоения дисциплины во время экзамена оцениваются степенью полноты ответа на вопросы билета.

Оценка «отлично» (*повышенный уровень*: готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися):

- Отлично знает основные понятия и доказательства фактов основных разделов курса математики.
- Умеет свободно применять методы математики решению задач.
- Отлично знает области приложения знаний в содержании школьного курса математики
- Может доступно пояснить решение типовых школьных задач.
- Свободно отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» (*базовый уровень*: может выполнять работы самостоятельно):

- Хорошо знает основные понятия и доказательства фактов основных разделов курса математики
- Умеет применять методы математики решению задач.
- Хорошо знает области приложения знаний в содержании школьного курса математики
- Может пояснить решение типовых школьных задач.
- Отвечает на большинство дополнительных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» (*пороговый уровень*: может выполнять работы под контролем преподавателя):

- Знает отдельные понятия и доказательства фактов основных разделов курса математики.
- С трудом применяет методы математики к решению задач.
- С трудом может назвать области приложения знаний в содержании школьного курса математики
- Не может доступно пояснить решение типовых школьных задач.
- Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы.

Экзамен (зачет) принимается преподавателем, проводившим занятия, или читающим лекции по данной дисциплине. В случае отсутствия ведущего преподавателя зачет принимается преподавателем, назначенным распоряжением заведующего кафедрой. С разрешения заведующего кафедрой на зачете может присутствовать преподаватель кафедры, привлеченный для помощи в приеме зачета.

Во время зачета обучающиеся могут пользоваться с разрешения ведущего преподавателя соответствующими техническими и программными средствами.

Время для подготовки 30-40 мин – для формулировки ответа на теоретический вопрос и решение примера. Время ответа - не более 7-10 минут. Преподавателю предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины. Общее время сдачи экзамена на 1 студента – 15 минут.

Нарушение дисциплины, списывание, использование обучающимися неразрешенных печатных и рукописных материалов, мобильных телефонов, коммуникаторов, планшетных компьютеров, ноутбуков и других видов личной коммуникационной и компьютерной техники во время зачета запрещено. В случае нарушения этого требования преподаватель обязан удалить обучающегося из аудитории и проставить ему в ведомости оценку «не зачтено».

Количественная оценка «отлично», «хорошо» или «удовлетворительно», внесенная в зачетную книжку и зачетно-экзаменационную ведомость, является результатом успешного усвоения учебного материала. Результат экзамена в зачетную книжку выставляется в день проведения в присутствии самого обучающегося. Преподаватели несут персональную ответственность за своевременность и точность внесения записей о результатах промежуточной аттестации в зачетно-экзаменационную ведомость и в зачетные книжки.

Если обучающийся явился на экзамен и отказался от прохождения аттестации в связи с неподготовленностью, то в зачетно-экзаменационную ведомость ему выставляется оценка в соответствии с набранными баллами в течение семестра.

Неявка на экзамен при условии нулевой аттестации в течение семестра отмечается в зачетно-экзаменационной ведомости словами «не явился».

Обучающимся, не сдавшим экзамен в установленные сроки по уважительной причине, индивидуальные сроки проведения экзамена определяются приказом ректора Университета. Обучающиеся, имеющие академическую задолженность, сдают экзамен в сроки, определяемые Университетом. Информация о ликвидации задолженности отмечается в экзаменационном листе. Допускается с разрешения деканата и досрочная сдача экзамена с записью результатов в экзаменационный лист.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья могут сдавать экзамены в сроки, установленные индивидуальным учебным планом. Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

3. Оценочные средства

3.1. Самостоятельные работы

Самостоятельная работа 1. Множества, операции над множествами и их свойства

Задание 1. Дано множество $C = \{-4, 8; 5, -3; 0; 6, 1; 8, 3; 9; 12\}$. Выделите его подмножество, элементами которого являются: а) натуральные числа; б) целые числа; в) четные натуральные числа; г) целые неотрицательные числа; д) целые числа, кратные 3; е) положительные числа.

Задание 2. Известно, что D – множество деревьев в саду, F – множество фруктовых деревьев в этом саду, K – множество яблонь в этом саду. Установите, каковы отношения между парами этих множеств, если все они непусты. Изобразите множества D, F, K при помощи кругов Эйлера.

Задание 3. Даны множества $A = \{a, b, c, d\}$ и $B = \{a, d, r, l, m\}$. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Задание 4. Перечислите элементы декартова произведения множеств $A = \{1, 3, 5\}$ и $B = \{2, 4, 6, 8\}$.

Задание 5. Даны множества: X – двузначных чисел, Y – четных натуральных чисел, P – натуральных чисел, кратных 4. а) укажите характеристическое свойство элементов каждого из множеств A и B , если $A = X \cap Y \cap P$, $B = X \cap (Y \cup P)$. б) изобразите множества,

X, Y, P при помощи кругов Эйлера и покажите области, представляющие множества A и B (для каждого случая выполните отдельный рисунок).

Задание 6. A – множество натуральных чисел, кратных 7, B – множество натуральных чисел, кратных 3, C – множество четных натуральных чисел. Из каких чисел состоят множества:

а) $(A \cap B) \setminus C$; б) $(A \cup B) \setminus C$; в) $A \cap C \setminus B$; г) $C \cup B \setminus A$;

Задание 7. Изобразите на координатной плоскости элементы множества $X * Y$, если

а) $X = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x \leq 6\}$, $Y = \{y \mid y \in \mathbb{N}, 2 \leq y \leq 4\}$;

б) $X = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x \leq 6\}$, $Y = \{y \mid y \in \mathbb{N}, 3 \leq y \leq 6\}$.

Задание 8. Разбейте множество $D = \{0, 2, 5, 4, 7, 8, 12, 15\}$ на четыре попарно непересекающиеся множества.

Задание 9. Докажите, что для любых множеств A, B и C верно равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Задание 10. Изобразите следующие множества геометрически: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap B$, если $A = (1; 3]$, $B = [-2; 2)$.

Задание 11. Из 170 спортсменов 70 занимаются футболом, 95 – хоккеем и 80 – теннисом. 30 занимаются и футболом, и хоккеем, 35 – и футболом, и теннисом, 15 – и хоккеем, и теннисом. 5 занимаются всеми 3 видами спорта. Сколько занимаются ровно 1 видом спорта?

Самостоятельная работа 2. Соответствия между множествами. Отношения на множестве

Задание 1. Покажите, что бинарное отношение R , заданное на множестве A , является отношением эквивалентности. Найдите классы эквивалентности, порожденные элементом $a=3$ и $b=4$.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 2), (2, 4), (1, 3), (3, 1)\}$

Задание 2. Является ли R отношением порядка на множестве A ? Если да, то выясните его вид.

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$

Задание 3. Даны множества: $X = \{4, 10\}$, $Y = \{6, 12\}$. Перечислите элементы декартова произведения данных множеств и образуйте все подмножества полученного множества. Какое из подмножеств задает соответствие:

а) «больше», б) «меньше», в) «меньше на 2», г) «меньше в 3 раза»?

Задание 4. Между множествами $X = \{2, 4, 6, 8\}$ и $Y = Z$ задано соответствие « $x - y = 4$ », причем $x \in X$, $y \in Y$. Постройте график данного соответствия.

Задание 5. Между множествами X – углов треугольника ABC и множеством Y – его сторон задано соответствие T – «угол x лежит против стороны y ». Задайте соответствие T^{-1} , обратное соответствию T , при помощи:

а) предложения с двумя переменными; б) графа.

Задание 6. Соответствие «число x на 1 меньше числа y » рассматривается между множествами X и Y . Каким будет его график, если:

а) $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $Y = \mathbb{N}$; б) $X = \{2, 8\}$, $Y = \mathbb{R}$; в) $X = Y = \mathbb{R}$.

Самостоятельная работа 3. Основные понятия комбинаторики

Вариант 1

Задание 1. В шахматном турнире участвуют 9 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно?

Задание 2. Вася забыл вторую и последнюю цифры пятизначного номера телефона приятеля. Какое наибольшее число звонков предстоит сделать Васе, если он решил

перепробовать комбинации всех забытых цифр, чтобы в результате дозвониться до приятеля?

Задание 3. «Вороне как-то Бог послал кусочек сыра», брынзы, колбасы, сухарика и шоколада. «На ель ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было, собралась, да призадумалась»:

- а) если есть кусочки по очереди, то из скольких вариантов придется выбирать;
- б) сколько получится «бутербродов» из двух кусочков;
- в) если съесть сразу три кусочка, а остальные спрятать, то из скольких вариантов придется выбирать;
- г) сколько получится вариантов, если какой-то кусочек все-таки бросить Лисе, а потом ответить на вопрос пункта а)?

Задание 4. Найдите член разложения $(\sqrt{y} - \sqrt[4]{y})^{20}$, содержащий y^7 .

Самостоятельная работа 4. Делимость и её основные свойства

Задание 1. Пользуясь определением делителя числа, докажите, что: а) число 9 является делителем числа 72; б) число 7 не является делителем числа 65.

Задание 2. Является ли число 18: а) делителем числа 90; б) делителем числа 160; в) кратным числа 6; г) кратным числа 54?

Задание 3. Докажите, что а) сумма двух четных чисел есть число четное; б) сумма двух нечетных чисел есть число четное; в) сумма четного числа и нечетного есть число нечетное.

Задание 4. Вместо звездочки поставьте такую цифру, чтобы получилось число, делящееся на 9: а) 179*; б) 54*0; в) 5*31.

Задание 5. М – множество чисел, кратных 3, К – множество чисел, кратных 9. Укажите истинное высказывание: а) $M=K$; б) $M \subset K$; в) $K \subset M$.

Задание 6. Из чисел 199, 267, 389 и 437 выберите простые.

Задание 7. Докажите, что произведение трех последовательных натуральных чисел делится на 3.

Задание 8. Найдите наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел, представив их в каноническом виде: а) 144 и 360; б) 351 и 28; в) 80, 120 и 280; г) 238, 266, 413 и 329.

Задание 9. Найдите с помощью алгоритма Евклида наибольший общий делитель чисел: а) 138 и 115; б) 481 и 703; в) 3762 и 4446; г) 57599 и 55687.

Задание 10. Среди следующих пар чисел укажите взаимно простые: а) 15 и 9; б) 15 и 17; в) 4 и 9; г) 24 и 72; д) 2800 и 2673.

Самостоятельная работа 5. Рациональные и иррациональные числа.

Вариант 1

1. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $11/9$.
2. Сравните числа $\sqrt{23}$ и 4,7.
3. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + 1$.
4. Упростите и вычислите $2\sqrt{27} + \sqrt{125}$ с точностью до 0,1.
5. Найдите порядок числа $(2,3 \cdot 10^2)/(3\pi/4 \cdot 10^{-3})$.
6. Какова вероятность того, что число $(a + b) \cdot 10^{a-b}$ при случайном выборе параметра а из чисел 1; 4; 5, а числа b из чисел 3; π ; 7 записано в стандартном виде?

Вариант 2

1. Запишите в виде бесконечной десятичной периодической дроби $22/9$.
2. Сравните числа $\sqrt{21}$ и 4,5.
3. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - 1$.
4. Упростите и вычислите $3\sqrt{12} + \sqrt{5}$ с точностью до 0,1

5. Найдите порядок числа $(1,6 \cdot 10^3)/(\pi/2 \cdot 10^{-3})$.
6. Какова вероятность того, что число $ab \cdot 10^{a+b}$ при случайном выборе параметра a из чисел 1; x ; 3, а числа b из чисел 1; 5; 7 записано в стандартном виде?

Самостоятельная работа 6. Алгебраические выражения. Неравенства. Уравнения. Функции.

Часть 1.

1. Решите: $-2x^2 - x + 5 \leq 0$.
2. Разложите на множители: $-a^3 \cdot b - a \cdot b^3 - 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a^2 \cdot b^2 + a^2 + b^2$.
3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе: $1/(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1)$.
4. Решите уравнение и найдите все корни из отрезка $[3\pi/2; 2\pi]$: $2 \cdot \sin^2 x = \sqrt{3} \cdot \cos(3\pi/2 + x)$.
5. Решите: $\operatorname{tg} x \geq \cos x$.

Часть 2.

1. Решите неравенства: $5^{x+1} > 25$, $\log_3(x-1) \leq 2$
2. Решите неравенство: $\frac{1}{3^{x-1} + 1} > \frac{1}{3^{x+1} - 1}$
3. Решите неравенство: $\log_{|x-1|} (x-2)^2 \leq 2$

Часть 3.

Вариант 1

1. Упростите выражение $\left(\frac{x}{x^2-4} - \frac{8}{x^2+2x}\right) \cdot \frac{x^2-2x}{4-x} + \frac{x+8}{x+2}$
2. Решите графически неравенство $4-3x \leq x+2$
3. Решите уравнение $|5-2x| + |x+3| = 2-3x$
4. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x^2}{x^2-4}}$
5. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-1}{x^3+x+2}$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $\frac{x-1}{x+x^2+1} \div \frac{x^{0,5}+1}{x^{1,5}-1} + \frac{2}{x^{-0,5}}$
2. Решите графически неравенство $\sqrt{2x-2} \geq 3-x^2$
3. Решите уравнение $2|x+6| - |x| - |x-6| = 18$
4. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{3x-2}}{x^2-x-2}$
5. Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{9-x}{3-\sqrt{x}}$.

Самостоятельная работа 7. Применение производной к исследованию функций

Вариант 1

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$

2. Найти экстремумы функции
 - а) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$
 - б) $f(x) = \ell x(2x - 3)$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на $[0; \frac{3}{2}]$
5. Построить график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на $[-1; 2]$
6. Среди прямоугольников, сумма длин трёх сторон у которых равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.

Вариант 2

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$
2. Найти экстремумы функции
 - а) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$
 - б) $f(x) = (5 - 4x) \ell x$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на $[-1; \frac{3}{2}]$
5. Построить график функции $F(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на $[-1; 2]$
6. Найти ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

Вариант 3

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$
2. Найти экстремумы функции
 - а) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$
 - б) $f(x) = \ell 2x - 2 \ell x$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$ на $[0; \frac{3}{2}]$
5. Построить график функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$ на $[0; 3]$
6. В $\triangle ABC$ со сторонами $AB=4\text{см}$, $AC=10\text{см}$, $\angle A=30^\circ$ вписан, имеющий с ним общий угол, параллелограмм наибольшей площади. Найти площадь параллелограмма.

Вариант 4

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$
2. Найти экстремумы функции
 - а) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$
 - б) $f(x) = x^2 \ell x$
3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$
4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ на $[0; 2]$
5. Построить график функции

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4 \text{ на } [0; 5]$$

6. Из всех прямоугольных параллелепипедов, у которых в основании лежит квадрат и площадь полной поверхности равна 600 см^2 , найти параллелепипед наибольшего объёма.

Вариант 5

1. Найти стационарные точки функции

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$$

2. Найти экстремумы функции

$$\text{а) } f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2 \quad \text{б) } f(x) = 3 \ell^{2x} - 2 \ell^{3x}$$

3. Найти интервалы возрастания и убывания функции

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции

$$f(x) = (2x-1)^2 \text{ на } [0; 1]$$

5. Построить график функции

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$$

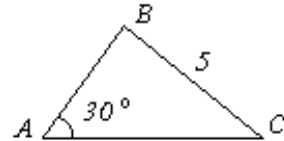
6. Из всех равнобедренных треугольников с периметрами P найти треугольники с наибольшей площадью.

Самостоятельная работа 8. Планиметрия.

1. На плоскости отмечены четыре различные точки A , B , C и D так, что $AC=CB$, $AD=BD$. Чему равен угол между прямыми AB и CD ?

2. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

А) 3; Б) 3,5; В) 4; Г) 5.



3. Определите, какая из перечисленных ниже фигур, является геометрическим местом центров окружностей радиуса r , касающихся внешним образом окружности с центром O и радиуса R :

А) прямая, расстояние от которой до центра O равно $R + r$;

Б) окружность с центром O и радиуса $R + r$;

В) круг с центром O и радиуса $R + r$;

Г) две точки на прямой, проходящей через центр O , и находящиеся от него на расстоянии r .

4. Установите истинность утверждений:

1) в любой четырехугольник со сторонами 8, 9, 10, 12 нельзя вписать окружность;

2) центр описанной около треугольника окружности всегда расположен внутри треугольника;

3) чтобы построить окружность достаточно знать ее радиус;

5. Определите, какой из этапов решения задачи на построение пропущен: построение; исследование; изучение содержания задачи; поиск решения.

А) анализ задачи;

Б) доказательство;

В) построение эскиза;

Г) проверка решения.

6. Какие две точки квадрата надо знать, чтобы по ним построить всю фигуру с помощью циркуля и линейки? Установите, какой из вариантов здесь лишний:

А) по двум смежным вершинам;

Б) по двум несмежным вершинам;

В) по вершине и середине стороны;

Г) по вершине и перпендикуляру к стороне.

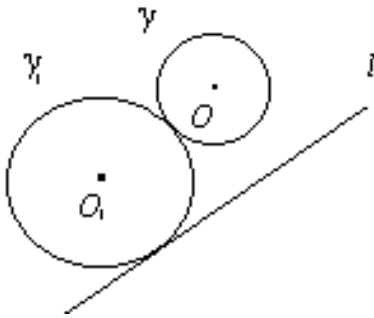
7. Установите истинность утверждения: геометрическим местом точек M плоскости, для которых треугольник ABM является равнобедренным, где A и B - две фиксированные точки плоскости, есть серединный перпендикуляр к отрезку AB .

8. Определите, о каком методе решения задач на построение идет речь: «сначала строят вспомогательную фигуру, в которую непосредственно входит данная сумма или разность отрезков, а затем строят искомую фигуру»:

- А) метод геометрических мест точек; Б) алгебраический метод;
В) метод спрямления; Г) метод подобия.

9. Найдите, какое слово является лишним в следующем утверждении: «Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90^0 ».

10. Рассмотрим решение задачи: построить окружность γ_1 данного радиуса, касающуюся данной окружности γ и данной прямой l .



Анализ. 1) Так как γ_1 касается γ , то расстояние OO_1 между их центрами равно сумме их радиусов (если касание внешнее) или модулю разности этих радиусов (если касание внутреннее). Это означает, что O_1 принадлежит или окружности $\gamma_2 (O, R + r)$ или окружности $\gamma_3 (O, |R - r|)$.

2) Так как γ_1 касается l , то точка O_1 удалена от l на расстояние R и поэтому она принадлежит прямым a и b , параллельным l и удаленным от l на расстояние R .

Таким образом, O_1 принадлежит пересечению пары окружностей γ_2 и γ_3 с парой прямых a и b .

Построение сводится к построению двух окружностей с центром O радиусов $R + r$ и $|R - r|$ и двух прямых, параллельных l и удаленных от l на расстояние R .

Вопрос: Какое максимальное число решений может иметь задача?

Самостоятельная работа 9. Стереометрия.

Вариант 1

1. В пирамиде $SABC$ известны углы $\angle ASB=30^0$, $\angle SBA=60^0$, $\angle BAC=45^0$, $\angle SAC=90^0$. Найдите $\angle((SAB), (ABC))$.
2. Постройте сечение куба $ABCA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через середины рёбер C_1B_1 , DD_1 , BA . Найдите угол между этой плоскостью и (D_1A_1B) .

Вариант 2

1. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра l . Найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .
2. Найдите площадь полной поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$, если известно, что $AB = 6$, L – середина SC , $tg \angle (BL, SA) = 2$.

3.2. Контрольная работа

Контрольная работа (7 семестр)

Часть 1.

Вариант 1

Задания 1-7 (множества)

Задание 1. Изобразите следующие множества геометрически:

- а) $A \cup B$, б) $A \cap B$, в) $A \setminus B$, г) $B \setminus A$, д) $A \cup B$, е) $A \cap B$,
ж) $A \cup B$, з) $A \cap B$, если $A = [1; 3]$, $B = (-1; 2]$.

Задание 2. Проверьте равенства множеств, используя круги Эйлера:

$$A \setminus B = (A \cup B) \setminus B.$$

Задание 3. Из 1000 студентов, занимающихся естественными науками, 630 посещают спецкурс по биологии, 390 – по химии и 720 – по математике. 440 посещают и математику, и биологию, 250 – и математику, и химию, и 200 – и биологию, и химию. 130 студентов посещают лекции по всем предметам. Сколько из 1000 студентов не посещают ни математики, ни биологии, ни химии?

Задание 4. Покажите, что бинарное отношение R , заданное на множестве A , является отношением эквивалентности. Найдите классы эквивалентности, порожденные элементами a и b .

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (1, 3), (3, 1)\} \quad a=4, b=1.$$

Задание 5. Является ли R отношением порядка на множества A ? Если да, то выясните его вид.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$$

Задание 6. Соответствие «число x в три раза больше числа y » рассматривается между множествами X и Y . Каким будет его график, если:

а) $X = \{3, 6, 9, 12\}$, $Y = \mathbb{N}$ б) $X = [3, 12]$, $Y = \mathbb{R}$ в) $X = Y = \mathbb{R}$.

Задание 7. Множества $X = \{1, 3, 4, 5\}$ и $Y = \{1, 2\}$ находятся в соответствии $S = \{(1, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 2)\}$. Задайте соответствие S^{-1} , обратное соответствию S и постройте на одном чертеже их графики.

Задания 8-10 (комбинаторика)

Задание 8. В спортивной секции занимаются 12 баскетболистов. Сколько может быть организовано тренером разных стартовых пятерок?

Задание 9. Образовать из различных элементов множества X все возможные кортежи длины L и подмножества, состоящие из K элементов, если $X = \{a, b, c, d\}$, $L = 1$, $K = 2$.

Задание 10. Бросили один раз два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих гранях кубика в сумме выпадет 7 очков?

Задания 11-15 (рациональные и иррациональные числа)

Задание 11. Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное следующих чисел двумя способами: 528, 408

Задание 12. Сократить дробь $11137 / 17501$

Задание 13. Найти числа a и b , если: $(a, b) = 18$; $[a, b] = 648$

Задание 14. Простыми или составными являются следующие числа? Найти их каноническое представление: 503, 3577

Задание 15. Представьте число 42 в виде суммы трех положительных слагаемых так, чтобы два из них были пропорциональны числам 2 и 3, а произведение всех слагаемых было наибольшим.

Задания 16-21 (исследование функций)

Задание 16. Исследовать на монотонность функцию и найти её экстремумы:

$$y = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

Задание 17. Найти промежутки выпуклости функции $y = 12x^2 - x^3$

Задание 18. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 6,5x^2 + 14x - 14$ на отрезке $[-4; 3]$

Задание 19. На рисунке 1 изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

Задание 20. На рисунке 2 изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

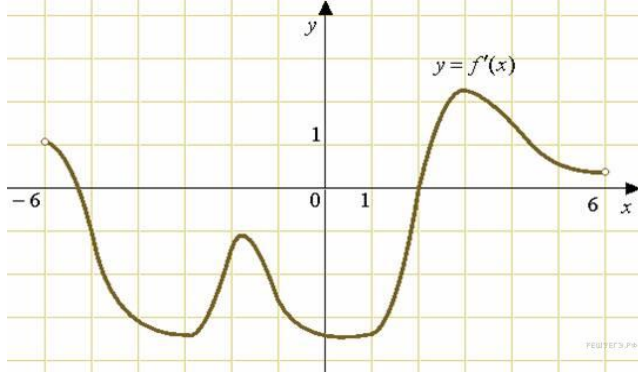


Рис. 1. График функции к задаче 4

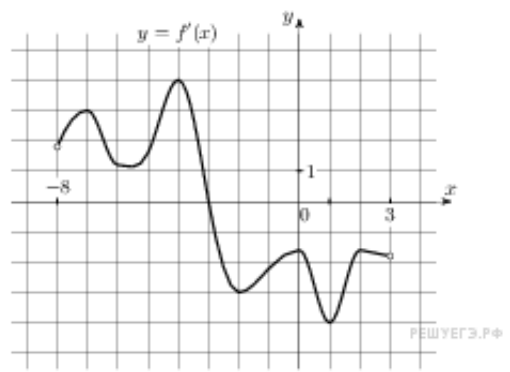


Рис. 2. График функции к задаче 5

Задание 21. Построить график функции, предварительно исследовав ее по алгоритму: $y=2x^3 - 3x^2 + 1$

Алгоритм исследования функции:

1. Область определения функции $D(f)$
2. Четность/нечетность, периодичность
3. Точки пересечения графика с осями координат
4. Промежутки монотонности функции
5. Экстремумы функции
6. Промежутки выпуклости и точки перегиба
7. Асимптоты функции
8. Дополнительные точки

Задания 22-23 (геометрия)

Задание 22. В равнобедренном треугольнике с основанием 5 и боковой стороной 10 найдите медиану к боковой стороне.

Задание 23. В пирамиде $SABC$ известны углы $\angle ASB=30^\circ$, $\angle SBA=60^\circ$, $\angle BAC=45^\circ$, $\angle SAC=90^\circ$. Найдите $\angle((SAB),(ABC))$.

Вариант 2

Задания 1-7 (множества)

Задание 1. Изобразите следующие множества геометрически:

- а) $A \cup B$, б) $A \cap B$, в) $A \setminus B$, г) $B \setminus A$, д) $A \cup B$, е) $A \cap B$,
ж) $A \cup B$, з) $A \cap B$, если $A = (0;5)$, $B = [-2;1]$.

Задание 2. Проверьте равенства множеств, используя круги Эйлера:

$$A \setminus B = A \setminus (A \cap B).$$

Задание 3. Из 170 спортсменов 70 занимаются футболом, 95 – хоккеем и 80 – теннисом. 30 занимаются и футболом, и хоккеем, 35 – и футболом, и теннисом, 15 – и хоккеем, и теннисом. 5 занимаются всеми 3 видами спорта. Сколько занимаются ровно 2 видами спорта?

Задание 4. Покажите, что бинарное отношение R , заданное на множестве A , является отношением эквивалентности. Найдите классы эквивалентности, порожденные элементами a и b .

$$A = \{1, 2, 3, 4, \}, R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (1, 4), (4, 1)\}, a = 3, b = 2.$$

Задание 5. Является ли R отношением порядка на множестве A ? Если да, то выясните его вид.

$$A = \{1, 2, 3, 4, \}, R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (3, 4)\}.$$

Задание 6. Соответствие «число x в два раза меньше числа y » рассматривается между множествами X и Y . Каким будет его график, если:

$$\text{а) } X = \{1, 2, 3, 4, \}, Y = \mathbb{N} \quad \text{б) } X = [1; 4], Y = \mathbb{R} \quad \text{в) } X = Y = \mathbb{R}.$$

Задание 7. Множества $X = \{0, 1, 3, 5\}$ и $Y = \{0, 2\}$ находятся в соответствии $S = \{(0, 0), (1, 0), (3, 2), (5, 2)\}$. Задайте соответствие S^{-1} , обратное соответствию S и постройте на одном чертеже их графики.

Задания 8-10 (комбинаторика)

Задание 8. Из группы, насчитывающей 25 человек, выбирают троих для поездки на соревнование. Сколькими способами это может быть сделано?

Задание 9. Образовать из различных элементов множества X все возможные кортежи длины L и подмножества, состоящие из K элементов, если $X = \{a, b, c\}$, $L = 2$, $K = 3$

Задание 10. Все буквы русского алфавита написаны на 33 одинаковых карточках. Какова вероятность того, что написанная на карточке буква окажется гласной, если карточка извлекается наудачу?

Задания 11-15 (рациональные и иррациональные числа)

Задание 11. Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное следующих чисел двумя способами: 702, 1248

Задание 12. Сократить дробь: $15051 / 17127$

Задание 13. Найти числа a и b , если: $(a, b) = 7$; $a \cdot b = 1470$

Задание 14. Простыми или составными являются следующие числа? Найти их каноническое представление: 509, 3563

Задание 15. Представьте число 45 в виде суммы трех положительных слагаемых так, чтобы два из них были пропорциональны числам 1 и 4, а произведение всех слагаемых было наибольшим.

Задания 16-21 (исследование функций)

Задание 16. Исследовать на монотонность функцию и найти её экстремумы:

$$y = 3x^3 + 2x^2 - 14$$

Задание 17. Найти промежутки выпуклости функции $y = 6x^2 - x^4$

Задание 18. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 40x + 3$ на отрезке $[0; 4]$

Задание 19. На рисунке 1 изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 9]$.

Задание 20. На рисунке 2 изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

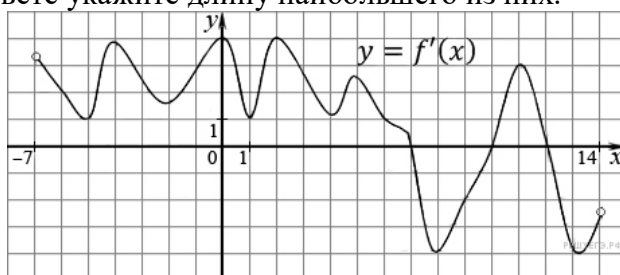


Рис. 1. График функции к задаче 4.

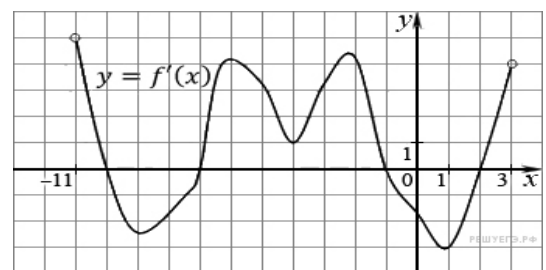


Рис. 2. График функции к задаче 5.

Задание 21. Построить график функции, предварительно исследовав ее по алгоритму: $y=2x^3 + 3x^2 - 1$

Алгоритм исследования функции:

1. Область определения функции $D(f)$
2. Четность/нечетность, периодичность
3. Точки пересечения графика с осями координат
4. Промежутки монотонности функции
5. Экстремумы функции
6. Промежутки выпуклости и точки перегиба
7. Асимптоты функции
8. Дополнительные точки

Задания 22-23 (геометрия)

Задание 22. В $\triangle ABC$ на AC и AB так взяты точки B_1 и C_1 , что $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B$, $O = (BB_1) \cap (CC_1)$.

а) Докажите, что (AO) – медиана.

б) Найдите $S_{AB_1OC_1} : S_{ABC}$, если $AB_1 : B_1C = AC_1 : C_1B = 1 : 4$.

Задание 23. Постройте сечение куба $AB_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через середины ребер C_1B_1 , DD_1 , BA . Найдите угол между этой плоскостью и (D_1A_1B) .

Вариант 3

Задания 1-7 (множества)

Задание 1. Изобразите следующие множества геометрически:

- а) $A \cup B$, б) $A \cap B$, в) $A \setminus B$, г) $B \setminus A$, д) $A \cup B$, е) $A \cap B$,
ж) $A \cup B$, з) $A \cap B$, если $A = [-2; 3]$, $B = (-1; 5)$.

Задание 2. Проверьте равенства множеств, используя круги Эйлера:

$$B \setminus A = (A \cup B) \setminus A$$

Задание 3. Из 100 студентов изучают языки: испанский – 28, немецкий – 30, французский – 42, испанский и немецкий – 8, испанский и французский – 10, немецкий и французский – 5, все 3 языка – 3. Сколько студентов не изучает ни одного языка?

Задание 4. Покажите, что бинарное отношение R , заданное на множестве A , является отношением эквивалентности. Найдите классы эквивалентности, порожденные элементами a и b .

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (1, 2), (2, 1), (4, 3), (3, 4)\} \quad a=1, b=4$$

Задание 5. Является ли R отношением порядка на множестве A ? Если да, то выясните его вид.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4)\}.$$

Задание 6. Соответствие «число x в три раза меньше числа y » рассматривается между множествами X и Y . Каким будет его график, если:

- а) $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \mathbb{N}$ б) $X = [1; 3]$, $Y = \mathbb{R}$ в) $X = Y = \mathbb{R}$.

Задание 7. Множества $X = \{4, 5, 6, 7\}$ и $Y = \{1, 2\}$ находятся в соответствии $\{(4, 1), (5, 1), (6, 2), (7, 2)\}$. Задайте соответствие S^{-1} , обратное соответствию S и постройте на одном чертеже их графики.

Задания 8-10 (комбинаторика)

Задание 8. Сколько треугольников можно построить, используя 8 точек (никакие три из которых не лежат на одной прямой) в качестве вершин?

Задание 9. Образовать из различных элементов множества X все возможные кортежи длины L и подмножества, состоящее из K элементов, если $X = \{a, b, c\}$, $L = 3$, $K = 1$.

Задание 10. Какова вероятность того, что наудачу выбранное целое число от 1 до 30 включительно является делителем числа 30?

Задания 11-15 (рациональные и иррациональные числа)

Задание 11. Найти наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное следующих чисел двумя способами: 1014, 468

Задание 12. Сократить дробь: $15420 / 13364$

Задание 13. Найти числа a и b , если: $[a, b] = 810$; $a + b = 171$

Задание 14. Простыми или составными являются следующие числа? Найти их каноническое представление: 521, 3619

Задание 15. Из всех прямоугольных параллелепипедов, у которых в основании лежит квадрат и площадь полной поверхности равна 600 см^2 , найти параллелепипед наибольшего объема (записать его измерения).

Задания 16-21 (исследование функций)

Задание 16. Исследовать на монотонность функцию и найти её экстремумы:

$$y = \frac{98}{x} + 2x + 15$$

Задание 17. Найти промежутки выпуклости функции

$$y = (3x^2 - 36x + 36)e^x$$

Задание 18. Найдите наибольшее значение функции y на отрезке $[0; \pi/2]$

$$y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$$

Задание 19. На рисунке 1 изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.

Задание 20. На рисунке 2 изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-13; 1]$.

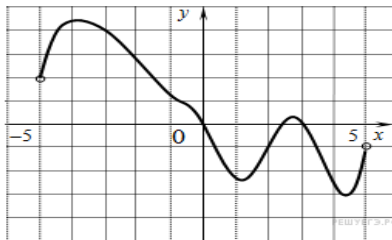


Рис. 1. График функции к задаче 4

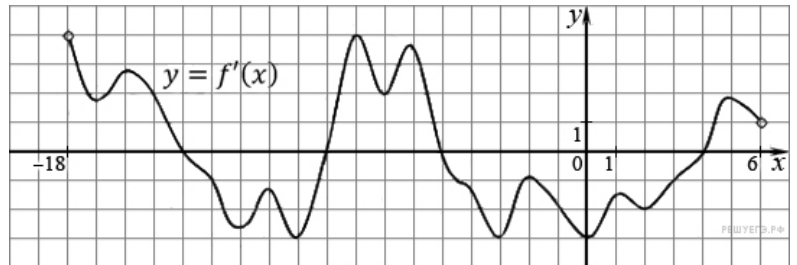


Рис. 2. График функции к задаче 5

Задание 21. Построить график функции, предварительно исследовав ее по алгоритму: $y = x^3 - 2x^2 + x$

Алгоритм исследования функции:

1. Область определения функции $D(f)$
2. Четность/нечетность, периодичность
3. Точки пересечения графика с осями координат
4. Промежутки монотонности функции
5. Экстремумы функции
6. Промежутки выпуклости и точки перегиба
7. Асимптоты функции
8. Дополнительные точки

Задания 22-23 (геометрия)

Задание 22. В равнобедренном треугольнике с основанием 6 и боковой стороной 12 найдите медиану к боковой стороне.

Задание 23. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все рёбра l . Найдите расстояние между прямыми AA_1 и BC_1 .

Часть 2.

1. Сделайте анализ школьных учебников по математике: не менее 5 авторских линеек, рекомендованных для использования в школе, не старше 5 лет, по одной из категорий (тем) предметной области «Элементарная математика» (по вариантам).

2. Отчет структурируйте: авторы, класс, тип учебника (общеобразовательный или профильный), тема, основные понятия, уровень сложности материала, наличие примеров и задач различного уровня сложности с примерами, особенности.

3. Сделайте подбор примеров и задач по уровням сложности: не менее 10 примеров и 5 задач на каждый уровень (базовый, повышенный, творческий). Подборку сделать для конкретного класса.

Вариант	Понятийная линия (тема)
1.	Множества, операции над множествами и их свойства. Множества точек плоскости и способы их задания. Теоретико-множественный язык в математике. Принцип Дирихле. Функции натурального аргумента. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Метод математической индукции
2.	Основные понятия комбинаторики: принцип комбинаторики, перестановки, размещения, сочетания. Бином Ньютона. Сочетания, размещения и перестановки. Комбинаторные задачи на вычисление вероятности. Комбинаторные тождества
3.	Делимость и её основные свойства. Простые и составные числа. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. НОК и НОД чисел. Признаки делимости
4.	Рациональные числа. Перевод бесконечных периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби. Перевод обыкновенных дробей в периодические десятичные дроби.
5.	Иррациональные числа. Некоторые способы доказательства иррациональности чисел.
6.	Действительные числа. Степени и корни, и их основные свойства
7.	Числовые и буквенные алгебраические выражения. Рациональные выражения. Тождественные преобразования рациональных и иррациональных выражений. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби
8.	Уравнения, их системы и совокупности. Равносильные преобразования уравнений и систем уравнений. Основные методы решения уравнений и их систем. Уравнения с параметрами. Решение текстовых задач на составление уравнений и их систем
9.	Неравенства, их системы и совокупности. Равносильные преобразования неравенств. Основные методы решения неравенств. Неравенства с параметрами. Решение текстовых задач на составление неравенств.
10.	Понятие функции. Различные способы задания функции. Основные свойства функции: монотонность, чётность и нечётность. Производная функции. Наибольшее и наименьшее значение. Обратные функции
11.	Тригонометрические функции: определение, графики, свойства. Тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Обратные тригонометрические функции и их графики. Решение тригонометрических уравнений и неравенств

Вариант	Понятийная линия (тема)
12.	Показательная функция: определение, графики, свойства. Логарифмическая функция: определение, график, свойства. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства, методы решения
13.	Применение производной к исследованию функций и построению их графиков, к решению задач на экстремум. Определения и основные свойства первообразной. Три правила нахождения первообразной, её график. Приложения первообразной к решению геометрических и физических задач.
14.	Понятие плоской геометрической фигуры. Равенство геометрических фигур. Многоугольники. Признаки равенства треугольников. Подобие треугольников
15.	Основные методы геометрических построений. Понятие преобразования фигур. Виды преобразований. Метод движений в решении задач на построение и доказательство. Метод подобия в решении геометрических задач
16.	Декартовы координаты на плоскости. Сущность координатного метода и его приложений. Векторный метод в решении геометрических задач
17.	Окружность. Метрические соотношения, связанные с окружностями: произведение отрезков пересекающихся хорд, теорема о касательной и секущей. Углы, связанные с окружностями: вписанные и центральные. Угол между касательной и хордой, между двумя секущими. Вписанные и описанные многоугольники. Критерии вписанности в окружность и описанности вокруг окружности четырёхугольников
18.	Площадь фигуры, градусная мера угла, объём. Единицы измерения величин. Формулы для нахождения площадей фигур и объёмов тел. Площади и объёмы подобных фигур. Метод площадей
19.	Аксиоматический метод построения геометрии. Основные стереометрические фигуры. Правильные многогранники: виды правильных многогранников
20.	Построение сечений многогранников
21.	Декартова система координат в пространстве. Метод координат в пространстве
22.	Прямые в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Углы между прямыми. Расстояние между прямыми
23.	Плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Двугранные и трехгранные углы. Теорема косинусов для трёхгранного угла. Параллельное и ортогональное проектирование фигур, приложение к вычислению углов между плоскостями. Перпендикулярность прямых и плоскостей. Расстояние между плоскостями, прямой и плоскостью
24.	Тела вращения: цилиндр, конус, шар, сфера. Задачи на комбинации многогранников и круглых тел. Вписанные и описанные шары. Вычисление площадей поверхностей и объёмов пространственных тел

3.3. Вопросы к экзамену

Вопросы к экзамену (7 семестр)

1. Множества, операции над ними. Примеры различных числовых множеств и способов их задания.
2. Делимость и ее основные свойства. Примеры.

3. Простые числа, их свойства. Примеры.
4. Признаки делимости. Примеры задач.
5. НОК и НОД чисел, их свойства. Примеры.
6. Алгоритм Евклида. Примеры.
7. Метод математической индукции. Примеры.
8. Методы решения арифметических задач.
9. Принципы комбинаторики. Примеры.
10. Размещения без повторений. Примеры.
11. Размещения с повторениями. Примеры.
12. Перестановки без повторений. Примеры.
13. Перестановки с повторениями. Примеры.
14. Сочетания (выборки) без повторений. Примеры.
15. Сочетания (выборки) с повторениями. Примеры.
16. Бином Ньютона. Примеры.
17. Виды десятичных дробей. Примеры.
18. Перевод обыкновенных дробей в периодические десятичные дроби. Примеры.
19. Перевод бесконечных периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби. Примеры.
20. Основные свойства степеней (и корней) действительных чисел. Примеры.
21. Тождественные преобразования рациональных и иррациональных выражений. Примеры.
22. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби. Примеры.
23. Уравнения, неравенства, системы: общие методы решения. Примеры.
24. Алгебраические уравнения и неравенства: специальные методы решения. Примеры.
25. Трансцендентные уравнения и неравенства: специальные методы решения. Примеры.
26. Решение стандартных тригонометрических уравнений. Примеры.
27. Решение стандартных тригонометрических неравенств. Примеры.
28. Решение стандартных показательных и логарифмических уравнений. Примеры.
29. Решение стандартных показательных и логарифмических неравенств. Примеры.
30. Решение методом уравнений и неравенств текстовых сюжетных задач. Примеры.
31. Нестандартные алгебраические задачи. Примеры.
32. Функции: способы задания. Примеры.
33. Свойства функций. Исследование функций. Примеры.
34. Графики функций. Различные способы построения графиков. Примеры.
35. Преобразование графиков функций. Примеры.
36. Производная функции и её основные свойства. Примеры.
37. Применение производной к исследованию графиков функций. Примеры.
38. Первообразная функции и её основные свойства. Примеры.
39. Приложения первообразной к решению геометрических и физических задач.
40. Треугольники: основные факты о треугольниках и их элементах. Примеры использования при решении геометрических задач.
41. Треугольники. Равенство треугольников. Признаки равенства. Примеры использования при решении геометрических задач.
42. Прямоугольные треугольники. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Примеры использования при решении геометрических задач.
43. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведённой из вершины прямого угла. Примеры использования при решении геометрических задач.
44. Треугольники. Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников. Примеры использования при решении геометрических задач.

45. Свойство биссектрисы треугольника. Примеры использования при решении геометрических задач.
46. Теорема Пифагора. Теоремы косинусов и синусов. Примеры использования при решении геометрических задач.
47. Параллелограмм: основные свойства и эквивалентные определения. Примеры использования при решении геометрических задач.
48. Трапеция: основные свойства и их применение при решении геометрических задач. Примеры.
49. Вписанные четырёхугольники. Признаки вписанности четырёхугольника. Применение при решении геометрических задач.
50. Описанные четырёхугольники. Критерий описанности четырёхугольника. Примеры использования при решении геометрических задач.
51. Свойства описанной трапеции. Их применение при решении геометрических задач.
52. Понятие площади геометрической фигуры. Площади многоугольников. Различные способы вычисления площадей треугольников. Примеры использования при решении геометрических задач.
53. Окружность. Метрические свойства хорд, секущих, касательных. Применение к решению геометрических задач.
54. Окружность. Основные свойства углов: вписанные и центральные, угол между хордами, угол между касательной и хордой, угол между секущими. Применение к решению геометрических задач.
55. Теорема Птолея и её использование при решении геометрических задач.
56. Применение метода координат при решении геометрических задач.
57. Аксиомы стереометрии. Примеры.
58. Некоторые следствия из аксиом. Примеры.
59. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Примеры.
60. Параллельность двух прямых в пространстве. Расстояние между параллельными прямыми. Примеры.
61. Скрещивающиеся прямые. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Примеры.
62. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Угол между плоскостями. Примеры.
63. Параллельность двух плоскостей в пространстве. Расстояние между параллельными плоскостями. Примеры.
64. Углы между прямыми и плоскостями. Примеры.
65. Перпендикулярность прямых и плоскостей, теорема о трёх перпендикулярах. Примеры.
66. Теорема косинусов для трёхгранного угла. Примеры.
67. Некоторые методы построения сечений многогранников. Примеры.
68. Основные многогранники: пирамида, призма, параллелепипед. Примеры.
69. Цилиндр, конус, шар. Площади поверхности и объёмы. Примеры.
70. Применение метода координат для решения стереометрических задач. Примеры.

Задачи к экзамену (7 семестр)

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точки L, M – середины рёбер DD_1, CD . Найдите угол между прямой (LM) и плоскостью $(A_1 DC_1)$.
2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостями (CDB_1) и $(AC_1 D)$.
3. Почему в кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ прямые (AB_1) и (CD_1) не пересекаются?

4. В треугольной пирамиде $SABC$ известны длины $SA = 12$, $SC = 20$, $AC = 16$, $AB = 11$, $SB = \sqrt{265}$. Докажите, что $(SA) \perp (ABC)$.
5. Найдите объём конуса с радиусом основания r , вписанного в сферу радиуса R .
6. Почему в кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ прямые (CB_1) и (AD_1) не пересекаются?
7. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки K, L, M – середины рёбер AD, DD_1, CD . Найдите расстояние между плоскостями (KLM) и (AD_1C) .
8. В правильной треугольной пирамиде боковые рёбра b , а рёбра основания 3 . Найдите двугранный угол между боковыми гранями.
9. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между диагональю грани DD_1C_1C и диагональю куба BD_1 .
10. В пирамиде $SABC$: $\angle ASB = 90^\circ$, $\angle SBA = 45^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle SAC = 60^\circ$. Найдите $\angle((SAB), (ABC))$.
11. В правильной треугольной пирамиде $SABC$, все рёбра которой имеют длину b , найдите площадь проекции $\triangle SKM$ на плоскость (ABC) , где K, M – середины рёбер SA и SB соответственно.
12. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки L, M – середины рёбер DD_1, CD . Найдите расстояние между прямыми (LM) и (A_1B) .
13. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки K, L, M – середины рёбер AD, DD_1, CD . Каково взаимное расположение плоскостей $(KLM), (AD_1C)$?
14. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через середины рёбер AA_1, B_1C_1 и CD .
15. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точки K, L – середины рёбер AD, DD_1 соответственно. Найдите расстояние между прямыми (KL) и (CB_1) .