

1. Паспорт оценочных материалов по дисциплине

1.1. Перечень компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает основные типы дифференциальных уравнений, основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.
	Умеет решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, может применять обыкновенные дифференциальные уравнения при решении практических задач
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета	Знает области приложения знаний о дифференциальных уравнениях в содержании школьного курса математики
	Умеет пояснить решение задач с дифференциальными уравнениями как элемент образовательных программ базовых и профильных курсов

1.2. Паспорт оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Темы дисциплины в ходе текущего контроля, вид промежуточной аттестации	Код компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства (количество вариантов, заданий и т.п.)
1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений.	ОК-3	Контрольные вопросы к 1 разделу Коллоквиум
		ПК-4	Практические работы 1, 2. Проверочная работа 1.
2	Дифференциальные уравнения 1-го порядка.	ОК-3	Контрольные вопросы к 2 разделу Коллоквиум.
		ПК-4	Практические работы 3-8. Проверочная работа 2. Контрольная работа 1.
3	Дифференциальные уравнения n-го порядка.	ОК-3	Контрольные вопросы к 3 разделу
		ПК-4	Практические работы 3-8. Проверочная работа 3, 4. Контрольная работа 2.
	Зачет	ОК-3	Вопросы к зачету (17 вопроса)
		ПК-4	Пример по теме вопроса.

1.3. Показатели, критерии и шкала оценивания сформированности компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает основные типы дифференциальных уравнений, основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.	Контрольные вопросы Коллоквиум Зачет	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя. <i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно. <i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
	Умеет решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, может применять обыкновенные дифференциальные уравнения при решении практических задач	Практические работы Домашние задания Проверочные работы Контрольные работы	
ПК-4 способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета	Знает области приложения знаний о дифференциальных уравнениях в содержании школьного курса математики	Контрольные вопросы Коллоквиум Зачет	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя. <i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно. <i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
	Умеет пояснить решение задач с дифференциальными уравнениями как элемент образовательных программ базовых и профильных курсов	Практические работы Домашние задания Проверочные работы Контрольные работы	

2. Виды и характеристика оценочных средств

Текущий контроль осуществляется проверкой наличия конспектов лекций, собеседованием по контрольным вопросам, проверкой задач, в том числе, с пояснением у доски, в ходе практических работ, проверочных работ, контрольных работ и домашних заданий в рамках самостоятельной работы.

Итоговый контроль – зачет в форме собеседования с решением задачи по теме вопроса.

2.1. Контрольные вопросы

Контрольные вопросы используются для проведения анализа материала лекций, самостоятельного углубления знаний, а также для самопроверки знаний студентов по

отдельным вопросам и/или темам дисциплины. Ответ оценивается в баллах «2», «1» или «0». Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся в начале занятий. Оценка объявляется в конце занятия.

Балл	Критерий оценивания
2	<ul style="list-style-type: none"> - показывает знание основных понятий темы, грамотно пользуется терминологией; - проявляет умение анализировать и обобщать информацию, навыки связного описания явлений и процессов; - демонстрирует умение излагать учебный материал в определенной логической последовательности; - показывает умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами; - демонстрирует сформированность и устойчивость знаний, умений и навыков; - могут быть допущены одна–две неточности при освещении второстепенных вопросов.
1	<ul style="list-style-type: none"> - неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; - имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, описании явлений и процессов, исправленные после наводящих вопросов; - выявлена недостаточная сформированность знаний, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.
0	<ul style="list-style-type: none"> - не раскрыто основное содержание учебного материала; - обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; - допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, в описании явлений и процессов, решении задач, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов; - не сформированы компетенции, отсутствуют соответствующие знания, умения и навыки.

2.2. Практические работы

Задания на практических занятиях используются для оценки умений по отдельным темам дисциплины. Отчет оценивается в баллах «2», «1» или «0».

Учитывается активность студента при выполнении работы на занятии.

Критерии оценки доводятся до сведения обучающихся в начале занятий. Оценка объявляется непосредственно в конце занятия.

На отдельных практических занятиях проводятся проверочные и контрольные работы, а также коллоквиум. Критерии оценивания этих форм контроля приводятся отдельно

Балл	Критерий оценивания заданий
2	<ul style="list-style-type: none"> Задания выполнены правильно в полном объеме. Оформление соответствует всем требованиям. Решения задачи с пояснением у доски.
1	<ul style="list-style-type: none"> Задания выполнены правильно в полном объеме. Оформление в целом соответствует требованиям. Решения задачи с пояснением у доски отсутствует.

0	Задания выполнены частично правильно и не полностью. Оформление не соответствует требованиям. У доски не работает.
---	--

2.3. Коллоквиум

Коллоквиум используется для систематизации и оценки знаний по 2 разделам дисциплины. Ответ оценивается в баллах «3», «2», «1» или «0». Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся в начале занятий. Оценка объявляется в конце занятия.

Балл	Критерий оценивания
3	<ul style="list-style-type: none"> - показывает знание всех понятий темы, грамотно пользуется терминологией; - проявляет умение анализировать и обобщать информацию, навыки связного описания явлений и процессов; - демонстрирует умение излагать учебный материал в определенной логической последовательности; - показывает умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами; - демонстрирует сформированность и устойчивость знаний.
2	<ul style="list-style-type: none"> - показывает знание основных понятий темы, грамотно пользуется терминологией; - проявляет умение анализировать и обобщать информацию, навыки связного описания явлений и процессов; - демонстрирует умение излагать учебный материал в определенной логической последовательности; - показывает умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами; - демонстрирует достаточную сформированность и устойчивость знаний; - могут быть допущены одна–две неточности при освещении второстепенных вопросов.
1	<ul style="list-style-type: none"> - неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала; - имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, описании явлений и процессов, исправленные после наводящих вопросов; - выявлена недостаточная сформированность знаний, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.
0	<ul style="list-style-type: none"> - не раскрыто основное содержание учебного материала; - обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; - допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, в описании явлений и процессов, решении задач, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов; - не сформированы компетенции, отсутствуют соответствующие знания, умения и навыки.

2.4. Проверочные работы

Проверочные работы используются для оценки практических умений по решению задач, выявлению алгоритма задач и способности объяснить решение задачи, как основа для формирования профессиональных компетенций по одной из тем дисциплины.

Отчет о выполнении заданий оценивается по 4-х балльной системе. Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся в начале занятий.

Балл	Критерий оценивания
4	Выполнил правильно все задания. Демонстрирует понимание методов решения заданий.
3	Выполнил все задания с не принципиальными недочетами. Демонстрирует общее понимание методов решения заданий.
2	Справился с половиной заданий, по остальным есть попытки решения Демонстрирует понимание отдельного метода решения заданий.
1	Выполнил правильно 1 задание, но с недочетами. Демонстрирует слабое понимание отдельного метода решения заданий.
0	Допустил большое число ошибок и недочетов, не представил правильного решения ни на одно из заданий. Или не приступил к выполнению работы.

2.5. Контрольные работы

Контрольные работы используются для оценки практических умений по решению задач, выявлению алгоритма задач и способности объяснить решение задачи, как основа для формирования профессиональных компетенций по одному из разделов дисциплины.

Отчет о выполнении заданий оценивается в 8 и 9 баллов. Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся в начале занятий.

Балл	Критерий оценивания
9	Выполнил правильно все 5 заданий. Демонстрирует понимание методов решения заданий.
8	Выполнил правильно все задания, есть не принципиальные недочеты. Демонстрирует понимание методов решения заданий.
7	Не справился с 1 заданием, правильно выполнено 4 задания. Демонстрирует общее понимание методов решения заданий.
6	Не справился с 2 заданиями, правильно решены 3 задания. Демонстрирует общее понимание методов решения заданий.
5	Справился с 2 заданиями или с 3 заданиями, но с недочетами. Демонстрирует понимание отдельного метода решения заданий.
4	Справился с 2 заданиями с недочетами. Демонстрирует понимание отдельного метода решения заданий.
3	Выполнил правильно 1-2 задание, по 2-3 есть попытки решения. Демонстрирует слабое понимание отдельного метода решения заданий.
1	С небольшими недочетами справился с 1 заданием. Демонстрирует слабое понимание отдельного метода решения заданий
0	Допустил большое число ошибок и недочетов, не представил правильного решения ни на одно из заданий. Или не приступил к выполнению работы.

2.6. Зачет

Зачет является средством проведения промежуточной аттестации в 5 семестре, проходит в форме собеседования по вопросам.

Оценка «ЗАЧТЕНО» (базовый или повышенный уровень: готов к самостоятельному выполнению работ, в том числе, в учебно-воспитательном процессе)

- Знает типы дифференциальных уравнений, основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.
- Знает области приложения знаний в содержании школьного курса математики
- Умеет решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений.
- Может пояснить решение задачи с дифференциальными уравнениями.
- Отвечает на большинство дополнительных вопросов.

Оценка «НЕ ЗАЧТЕНО» (низкий или пороговый уровень: может выполнять работы только под контролем преподавателя)

- Не знает большинство типов дифференциальных уравнений, основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.
- Не может назвать области приложения знаний в содержании школьного курса математики
- Не умеет решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений.
- С трудом может пояснить решение задачи с дифференциальными уравнениями.
- Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы.

Зачет принимается преподавателем, проводившим занятия, или читающим лекции по данной дисциплине. В случае отсутствия ведущего преподавателя зачет принимается преподавателем, назначенным распоряжением заведующего кафедрой. С разрешения заведующего кафедрой на зачете может присутствовать преподаватель кафедры, привлеченный для помощи в приеме зачета.

Во время зачета обучающиеся могут пользоваться с разрешения ведущего преподавателя соответствующими техническими и программными средствами.

Время для подготовки 40 мин – для ответа на поставленный вопрос и решения задачи. Время ответа - не более 7-10 минут. Преподавателю предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины. Общее время сдачи зачета на 1 студента – 15 минут.

Нарушение дисциплины, списывание, использование обучающимися неразрешенных печатных и рукописных материалов, мобильных телефонов, коммуникаторов, планшетных компьютеров, ноутбуков и других видов личной коммуникационной и компьютерной техники во время зачета запрещено. В случае нарушения этого требования преподаватель обязан удалить обучающегося из аудитории и проставить ему в ведомости оценку «не зачтено».

Количественная оценка «отлично», «хорошо» или «удовлетворительно», внесенная в зачетную книжку и зачетно-экзаменационную ведомость, является результатом успешного усвоения учебного материала. Результат экзамена в зачетную книжку выставляется в день проведения в присутствии самого обучающегося. Преподаватели несут персональную ответственность за своевременность и точность внесения записей о результатах промежуточной аттестации в зачетно-экзаменационную ведомость и в зачетные книжки.

Если обучающийся явился на экзамен и отказался от прохождения аттестации в связи с неподготовленностью, то в зачетно-экзаменационную ведомость ему выставляется оценка в соответствии с набранными баллами в течение семестра.

Неявка на экзамен при условии нулевой аттестации в течение семестра отмечается в зачетно-экзаменационной ведомости словами «не явился».

Обучающимся, не сдавшим экзамен в установленные сроки по уважительной причине, индивидуальные сроки проведения экзамена определяются приказом ректора Университета. Обучающиеся, имеющие академическую задолженность, сдают экзамен в сроки, определяемые Университетом. Информация о ликвидации задолженности отмечается в экзаменационном листе. Допускается с разрешения деканата и досрочная сдача экзамена с записью результатов в экзаменационный лист.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья могут сдавать экзамены в сроки, установленные индивидуальным учебным планом. Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

3. Оценочные средства

3.1. Контрольные вопросы

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной

1. Какие уравнения называются дифференциальными? дифференциальными уравнениями первого порядка?
2. Что называется решением дифференциального уравнения? В каких видах могут быть заданы решения?
3. Каковы основные формы задания уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной?
4. Что такое интегральная кривая?
5. Какую геометрическую интерпретацию можно дать самому дифференциальному уравнению $=f(x,y)$? Его решению?
6. В чем состоит задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной? При каком условии она имеет решение? При каких условиях это решение будет заведомо единственным? (Теорема существования решения и единственности решения задачи Коши).
7. Геометрическая интерпретация теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
8. Привести пример нарушения единственности решения задачи Коши.
9. Дать определение общего решения. Как решается задача Коши при помощи общего решения?
10. Дать определение частного решения. Как оно может быть связано с формулой общего решения?
11. Какое решение называется особым? Как оно может быть связано с формулой общего решения? Как найти кривые, подозрительные на особое решение, по самому дифференциальному уравнению? В каком случае дифференциальное уравнение заведомо не имеет особых решений?
12. Что такое особая точка дифференциального уравнения? Как по виду правой части уравнения установить у него наличие особых точек?
13. Как интегрируются уравнения с разделенными и разделяющимися переменными?

14. При каких условиях на функции $X(x)$ и $Y(y)$ для уравнения $y'=X(x)Y(y)$ справедлива теорема существования и единственности.
15. Запишите все решения уравнения $y'=\cos x \sin y$.
16. Найти решение уравнения $3y^2 + 16x = 2xy^3$, при $x \rightarrow \infty$.
17. Какому условию должна удовлетворять функция $f(x,y)$, чтобы уравнение было однородным? (Какое уравнение называется однородным?)
18. Как интегрируется однородное уравнение?
19. Докажите, что заменой неизвестной функции $u(x)=y/x$ уравнение $y' = f(y/x)$ сводится к уравнению с разделяющимися переменными.
20. Какое уравнение называется линейным? При каком условии задача Коши имеет единственное решение?
21. Запишите выражение для общего решения линейного однородного уравнения $dy/dx=a(x)y$
22. Напишите выражение для решения задачи Коши $y(x_0)=y_0$ линейного однородного уравнения $dy/dx= a(x)y$
23. Может ли график ненулевого решения линейного однородного уравнения пересекать ось Ox или касаться ее? Может ли линейное уравнение иметь особое решение?
24. Как найти общее решение неоднородного линейного уравнения, если известно одно частное решение?
25. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения через заданные функции, входящие в уравнение.
26. Как по виду уравнения в полных дифференциалах написать его решение задачи Коши с начальными данными x_0, y_0 ?
27. В чем состоит метод интегрирующего множителя? При каком условии существует интегрирующий множитель, зависящий: а) только от x ; б) только от y ?
28. Докажите, что равенство $\sin(xy)=C$ задает общий интеграл уравнения $y \cos(xy)dx + x \cos(xy)dy = 0$

Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной

1. Какой вид имеет общее решение уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной?
2. В чем состоит отличие поля направлений, определяемого уравнением, не разрешенного относительно производной, от поля направлений, определяемого уравнением, разрешенного относительно производной?
3. Могут ли интегральные кривые пересекаться между собой? Могут ли касаться друг друга?
4. Как ставится задача Коши для уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной?
5. Какой вид имеет общий интеграл уравнения?
6. Как интегрируется уравнение, не содержащее искомой функции?
7. Как интегрируется уравнение, не содержащее независимой переменной?
8. Какой вид имеет уравнение Лагранжа?
9. Какой вид имеет уравнение Клеро? Чем оно отличается от уравнения Лагранжа?
10. Как интегрируется уравнение общего вида, разрешенное относительно искомой функции или независимой переменной?

Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка

1. Запишите общий вид однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка, n-го порядка.
2. Запишите общий вид неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка, n-го порядка.

3. Сформулируйте теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения.
4. В каком интервале существует решения линейного уравнения?
5. Почему линейное уравнение не имеет особых решений?
6. Может ли график ненулевого решения однородного линейного уравнения второго порядка касаться оси Ox ? Может ли пересекать ось Ox ?
7. Докажите, что если $y_1(x)$ и $y_2(x)$ - два решения однородного линейного дифференциального уравнения, то их линейная комбинация $y(x)=c_1y_1(x)+c_2y_2(x)$ при любых постоянных c_1, c_2 тоже является решением уравнения.
8. Какие решения однородного линейного уравнения называются линейно-независимыми? Привести пример.
9. Какие решения однородного линейного уравнения называются линейно-зависимыми? Привести пример.
10. Исследовать на линейно зависимость функции: 1) $x+1, x+1, 2x+x$; 2) $1+x, 2-x, x+2x$
11. Что такое фундаментальная система решений? Может ли нулевое решение входить в состав фундаментальной системы решений?
12. Как построить общее решение однородного линейного уравнения, если известно фундаментальная система решений? В какой области определено общее решение?
13. Как решить задачу Коши при помощи формулы общего решение?
14. Как построить Л.О.У, используя данную по ФСР?
15. Как найти общее решение неоднородного линейного уравнения, если известно одно частное решение его и общее решение соответствующего однородного уравнения?
16. В чем состоит метод Эйлера интегрирования однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами? Как зависит структура фундаментальной системы решений от вида корней характеристического уравнения? В какой области определено общее решение?
17. В каких случаях и в каком виде может быть найдено частное решение неоднородного линейного уравнения методом неопределенных коэффициентов?
18. В чем состоит метод Лагранжа нахождения частного решения неоднородного линейного уравнения второго порядка?

3.2. Практические работы

Практическая работа 1. Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения

План:

1) Повторение: неопределённый интеграл, таблица основных интегралов, производная, геометрический смысл производной, механический смысл производной, уравнения прямой на плоскости, уравнения касательной к нормали.

2) Рассмотрение текстовых задач геометрического характера, выполнение рисунков, составление дифференциального уравнения. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 71, 132, 173.

3) Текстовые задачи физического содержания, составление диф.уравнения. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 80, 91.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 72, 131, 174, 81, 92.

Литература:

Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения. Практический курс : учеб. Пособие /А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. – 3-е изд., перераб. И доп. – М. : Высш. Шк., 2006. – 383 с. – С.5-16.

Практическая работа 2. Простейшие дифференциальные уравнения. Основные понятия.

План:

1) Повторение определений: дифференциальное уравнение, порядок уравнения, решение уравнения, общий и частный интегралы, интегральные кривые, изоклины, поле направлений, задача Коши.

2) Выполнение упражнений:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 6, 19;

Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1973, №№ 2027, 2030, 2032, 2034, 2040.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 1, 17.

Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1973, №№ 2028, 2031, 2039.

Литература:

Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения. Практический курс : учеб. Пособие /А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. – 3-е изд., перераб. И доп. – М. : Высш. Шк., 2006. – 383 с. – С.28-35.

Практическая работа 3. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

План:

1) Повторение определений уравнения с разделёнными переменными и с разделяющимися переменными, его стандартный вид.

2) Напоминание о возможной потере решений при разделении переменных в уравнении.

3) Рассмотрение и решение текстовой задачи, приводящей к уравнению с разделяющимися переменными.

4) Выполнение упражнений: Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 52, 59, 60, 66, 74, 82.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 57, 61, 62, 67, 73.

Литература:

Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения. Практический курс : учеб. Пособие /А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. – 3-е изд., перераб. И доп. – М. : Высш. Шк., 2006. – 383 с. – С.28-35.

Практическая работа 4. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.

План:

1. Стандартный вид линейного уравнения первого порядка; однородное и неоднородное дифференциальное уравнение.

2. Метод Бернулли интегрирования уравнения.

3. Метод вариации производной постоянной при решении линейного уравнения.

4. Уравнение Бернулли, его интегрирование.

5. Рассмотрение задачи, приводящей к линейному уравнению.

6. Выполнение упражнений: Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970. №№ 138, 139, 158, 173.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 136, 137, 156, 174.

Литература:

Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения. Практический курс : учеб. Пособие /А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. – 3-е изд., перераб. И доп. – М. : Высш. Шк., 2006. – 383 с. – С. 50-59.

Практическая работа 5. Решение уравнений в полных дифференциалах. Уравнения Лагранжа и Клеро.

План:

1) Повторить материал о независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования, признак полного дифференциала, восстановление функции двух переменных по её полному дифференциалу.

2) Рассмотреть разные методы интегрирования диф.уравнения в полных дифференциалах: с помощью криволинейного интеграла и через неопределённый интеграл.

3) Выполнять проверку решения дифференциального уравнения в полных дифференциалах.

4) Выполнение упражнений: Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 187, 189, 190, 191, 194.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 186, 188, 192, 193. Подготовка к контрольной работе № 1..

Литература:

Самойленко А.М. Дифференциальные уравнения. Практический курс : учеб. Пособие /А. М. Самойленко, С. А. Кривошея, Н. А. Перестюк. – 3-е изд., перераб. И доп. – М. : Высш. Шк., 2006. – 383 с. – С. 74-83.

Практическая работа 6. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Контрольная работа № 1 в 4 вариантах.

Практическая работа 7, 8. Понижение порядка дифференциального уравнения.

План:

1) Рассмотреть наиболее простые типы уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка, а именно:

$$y^{(n)} = f(x), F(x, y, y') = 0, F(y, y', y'') = 0, F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$$

2) Познакомиться с методами интегрирования разных типов таких уравнений.

3) Выполнение упражнений:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 421, 426, 435;

Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1973, №№ 2203, 2204.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 422, 425, 438, 451.

Литература:

Дадаян А.А., Дударенко В.А. Математический анализ. – Минск: Вышэйшая школа, 1990, 9.5.

Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Интеграл-Пресс, 2001, т. 2, гл. 13, §§ 16-18.

Практическая работа 9. Решение однородного линейного дифференциального уравнения.

План:

1) Стандартный вид линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

2) Составление характеристического уравнения по данному дифференциальному уравнению.

3) Связь корней характеристического уравнения с решениями дифференциального уравнения (3 случая: корни действительные разные, действительные равные, комплексные сопряжённые).

4) Составление линейных однородных дифференциальных уравнений по фундаментальным системам их решений.

5) Выполнение упражнений: Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 52, 59, 60, 66, 74, 82.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 511, 513, 515, 517, 518, 519, 525, 532.

Литература:

Дадаян А.А., Дударенко В.А. Математический анализ. – Минск: Вышэйшая школа, 1990, 9.7, 9.10.

Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Интеграл-Пресс, 2001, т. 2, гл. 13, §§ 21, 24, 27, 28.

Практическая работа 10, 11. Метод вариации произвольных постоянных для определения частного решения неоднородного уравнения.

План:

1) Запись стандартного вида линейного неоднородного уравнения второго порядка.

2) Структура общего решения диф.уравнения.

3) Метод вариации произвольных постоянных для отыскания общего интеграла неоднородного уравнения.

4) Выполнение упражнений:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 575, 577;

Давыдов Н.А., Коровкин П.П., Никольский В.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Просвещение, 1973, №№ 2236, 2240.

Домашнее задание:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1970, №№ 576, 578, 579, 580. Подготовка к контрольной работе 2.

Литература:

Дадаян А.А., Дударенко В.А. Математический анализ. – Минск: Вышэйшая школа, 1990, 9.7, 9.10.

Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Интеграл-Пресс, 2001, т. 2, гл. 13, §§ 21, 24, 27, 28.

Практическая работа 12. Решение дифференциальных уравнений высших порядков.

Контрольная работа № 2 в 4 вариантах.

3.3. Коллоквиум

1. Геометрический смысл ДУ 1-го порядка, его общего, частного и особого решения.
2. Понятие общего, особого и частного решения.
3. Метод разделения переменных.
4. Однородные уравнения первого порядка.
5. Уравнения, приводящиеся к однородным.
6. Обобщённые однородные уравнения.
7. Линейные уравнения первого порядка. Два способа интегрирования.
8. Свойства линейного уравнения и его решений.
9. Уравнение Бернулли.
10. Уравнение Риккати. Простейшие случаи интегрирования.
11. Уравнение Риккати. Общая идея интегрирования.
12. Уравнения в полных дифференциалах. Критерий Коши.
13. Интегрирующий множитель и его свойства.
14. Практическое нахождение интегрирующего множителя.
15. Теорема Коши (формулировка, доказательство вспомогательных утверждений).
16. Теорема Коши (формулировка, доказательство существования решений).
17. Теорема Коши (формулировка, доказательство единственности решений, продолжение решения).
18. Уравнения, не разрешённые относительно производной: $F(y') = 0$ и $F(x, y') = 0$
19. Уравнения, не разрешённые относительно производной: $F(y, y') = 0$
20. Уравнения, не разрешённые относительно производной: $F(x, y, y') = 0$.
21. Два способа нахождения особых решений.
22. Уравнение Лагранжа.
23. Уравнение Клеро.
24. Особые точки в случае различных характеристических корней.
25. Особые точки в случае кратных характеристических корней.

3.4. Проверочные работы

Проверочная работа 1.

Задача 1. Имеется q_0 грамм радия. Скорость распада радия прямо пропорциональна его количеству. Найти количество радия, оставшегося в момент времени t .

Задача 2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = x^2$, проходящее через точку $(1; -3)$ (решить задачу Коши).

Задача 3. Найти особые решения дифференциального уравнения $y' = \sqrt[3]{y}$.

Задача 4. С помощью изоклин построить интегральные кривые уравнения $y' = -x/y$.

Проверочная работа 2.

Задача 1. Найти общее решение уравнения $x(y^2 - 1)dx + ydy = 0$.

Задача 2. Для дифференциального уравнения $(1 - e^x)y' = ye^x$ решить задачу Коши с начальным условием $y(0)=2$.

Проверочная работа 3.

Задача 1. Является ли функция $f(x, y) = x^3 + 3x^2y + y^3$ однородной?

Задача 2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \operatorname{tg} y/x + y/x$.

Проверочная работа 4.

Задача 1. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения $y' - 2xy = x - x^3$

Задача 2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' + y/x = x^2y^4$, удовлетворяющее условию $y(1)=1$.

3.5. Контрольные работы

Контрольная работа № 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Вариант 1.

1. Решить данное уравнение: $xydx + (x + 1)dy = 0$.
2. Найти общий интеграл: $xy' = y \cos \ln y/x$
3. Найти общее решение: $y' = y/(3x - y^2)$
4. Решить уравнение и выполнить проверку: $3x^2(1 + \ln y)dx = (2y - x^3/y)dy$
5. Найти кривую, у которой точка пересечения любой касательной с осью абсцисс одинаково удалена от точки касания и от начала координат.

Вариант 2.

1. Решить данное уравнение: $\sqrt{(1+x^2)}dx = dx dy$
2. Найти общий интеграл: $xy' - y = x \operatorname{tg} y/x$
3. Найти общее решение: $y' + 2y = y^2 e^x$
4. Решить уравнение и выполнить проверку: $e^{-y}dx - (2y - x e^{-y})dy = 0$
5. Найти кривую, у которой расстояние любой касательной от начала координат равно абсциссе точки касания.

Вариант 3.

1. Решить данное уравнение: $2x^2yy' + y^2 = 2$.
2. Найти общий интеграл: $xy' - y = (x + y) \ln(x+y)/x$
3. Найти общее решение: $(x + 1)(y' + y^2) = -y$
4. Решить уравнение и выполнить проверку: $(y/x) dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$
5. Найти кривые, у которых площадь треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная e^2 .

Вариант 4.

1. Решить данное уравнение: $y' - xy^2 = 2xy$.
2. Найти общий интеграл: $(y + \sqrt{xy}) dx = xdy$
3. Найти общее решение: $2y' - x/y = xy/(x^2 - 1)$
4. Решить уравнение и выполнить проверку: $(2 - 9xy^2) xdx + (4y^2 - 6x^3) ydy = 0$
5. Найти кривые, у которых точка пересечения любой касательной с осью абсцисс имеет абсциссу, вдвое меньшую абсциссы точки касания.

Контрольная работа № 2. Решение дифференциальных уравнений высших порядков

Вариант 1.

1. Решить уравнение: $x^2y'' = y'^2$
2. Найти общее решение уравнения: $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$
3. Решить задачу Коши: $y'' + 9y = 15\sin 2x$, если $y(0) = -7, y'(0) = 0$.

Вариант 2.

1. Решить уравнение: $x^3 y'' = 1$
2. Найти общее решение уравнения: $y'' - 3y' + 2y = \sin x$
3. Решить задачу Коши: $y'' = 3x + x^2$, если $y(0) = 0$, $y'(0) = 27/70$.

Вариант 3.

1. Решить уравнение: $y'' = 2yy'$
2. Найти общее решение уравнения: $y'' + y = 4xe^x$
3. Решить задачу Коши: $y'' - y' = 2(1-x)$, если $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Вариант 4.

1. Решить уравнение: $y'' = e^y$
2. Найти общее решение уравнения: $y'' + y' - 2y = 6x^2$
3. Решить задачу Коши: $y'' y' = 2x^2 e^x$, если $y(0) = 5$, $y'(0) = 0,5$.

3.6. Зачет

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными
4. Однородные уравнения. Уравнения, сводящиеся к однородным.
5. Линейное уравнение 1-ого порядка. Уравнение Бернулли.
6. Уравнение в полных дифференциалах.
7. Уравнения, не разрешенные относительно первой производной.
8. Уравнения Лагранжа и Клеро.
9. Задача Коши для дифференциальных уравнений n-ого порядка.
10. Дифференциальные уравнения n-ого порядка, допускающие понижение порядка.
11. Линейно зависимые и независимые функции.
12. Определитель Вронского.
13. Линейные однородные дифференциальные уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами.
14. Характеристическое уравнение. Вид общего решения для различных типов корней.
15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-ого порядка. Структура общего решения.
16. Метод вариации произвольных постоянных.
17. Структура частного решения для линейного неоднородного дифференциального уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.