

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Тобольский педагогический институт им. Д.И.Менделеева (филиал)
Тюменского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

Шилов С.П.



ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки):
Профили: математика; информатика
Форма обучения очная

1. Паспорт оценочных материалов по дисциплине

1.1. Перечень компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Знает основные понятия, теории и методы исследования числовых систем
	Может использовать теоретические знания для решения математических и прикладных задач, нахождения геометрических и физических величин
ПК-1 использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, их межпредметные связи
	Может доступно объяснить решение задач в области числовых систем, показать область применения знаний

1.2. Паспорт оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Темы дисциплины в ходе тек. контроля, вид промеж. аттест.	Код компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства (количество вариантов, заданий и т.п.)
1	Числа натуральные, целые и рациональные	ОК-3	Вопросы для коллоквиума 1. Проверочная работа 1. Рефераты.
		ОК-3, ПК-1	Практическая работа 1-3.
2	Действительные и комплексные числа	ОК-3	Вопросы для коллоквиума 2. Проверочная работа 2. Рефераты.
		ОК-3, ПК-1	Практическая работа 4-6.
3	Дальнейшие обобщения понятия числа	ОК-3	Вопросы для коллоквиума 2. Задание для самостоятельной работы. Рефераты.
		ОК-3, ПК-1	Практическая работа 7-8.
1-3	Контрольная работа.	ОК-3, ПК-1	Часть 1: вычислительные задания (3 варианта). Часть 2: методическое задание (8 вариантов).
1-3	Экзамен	ОК-3, ПК-1	Вопросы к экзамену (25 вопросов) Собеседование по методической части контрольной работы.

1.3. Показатели, критерии и шкала оценивания сформированности компетенций

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
ОК-3 способность использовать	Знает основные понятия, теории и методы	Коллоквиумы. Задание для	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять

Код и наименование компетенции	Компонент (знаниевый/функциональный)	Оценочные материалы	Критерии оценивания
естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	исследования числовых систем	самостоятельно й работы. Экзамен	работы под контролем преподавателя. <i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно. <i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
	Может использовать теоретические знания для решения математических и прикладных задач, нахождения геометрических и физических величин	Практические работы. Проверочные работы. Контрольная работа. Экзамен.	
ПК-1 использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	Знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, их межпредметные связи	Контрольная работа Экзамен.	<i>Пороговый уровень:</i> может выполнять работы под контролем преподавателя. <i>Базовый уровень:</i> может выполнять работы самостоятельно. <i>Повышенный уровень:</i> готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися.
	Может доступно объяснить решение задач в области числовых систем, показать область применения знаний	Практические работы. Контрольная работа Экзамен.	

2. Виды и характеристика оценочных средств

Текущий контроль осуществляется проверкой наличия конспектов лекций и собеседования по вопросам к коллоквиуму, выполнения практических работ, контрольных работ, рефератов и заданий для самостоятельной работы.

Итоговый контроль – экзамен в форме собеседования по теоретическому вопросу и результатам контрольной работы (методическая часть), выполнение контрольной работы.

2.1. Вопросы к коллоквиуму

Собеседование на коллоквиуме используется для проведения анализа материала лекций, оценки знаний студентов по отдельным вопросам и/или темам дисциплины. Ответ оценивается в баллах «2», «1» или «0». Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся в начале занятий. Оценка объявляется в конце занятия.

Балл	Критерий оценивания
2	<ul style="list-style-type: none"> - показывает знание основных понятий темы, грамотно пользуется терминологией; - проявляет умение анализировать и обобщать информацию, навыки связного описания явлений и процессов; - демонстрирует умение излагать учебный материал в определенной логической последовательности; - показывает умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами; - демонстрирует сформированность и устойчивость знаний, умений и навыков; - могут быть допущены одна–две неточности при освещении второстепенных вопросов.
1	- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее

	<p>понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала;</p> <ul style="list-style-type: none"> - имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, описании явлений и процессов, исправленные после наводящих вопросов; - выявлена недостаточная сформированность знаний, умений и навыков, студент не может применить теорию в новой ситуации.
0	<ul style="list-style-type: none"> - не раскрыто основное содержание учебного материала; - обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала; - допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, в описании явлений и процессов, решении задач, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов; - не сформированы компетенции, отсутствуют соответствующие знания, умения и навыки.

2.2. Практические работы

Задания на практических занятиях используются для оценки умений по отдельным темам дисциплины. Отчет оценивается в баллах «2», «1» или «0».

Учитывается активность студента при выполнении работы на занятии.

Критерии оценки доводятся до сведения обучающихся в начале занятий. Оценка объявляется непосредственно в конце занятия.

На отдельных практических занятиях проводятся проверочные и контрольные работы, а также коллоквиум по контрольным вопросам. Критерии оценивания этих форм контроля приводятся отдельно

Балл	Критерий оценивания
2	<p>Задания выполнены правильно в полном объеме. Оформление соответствует всем требованиям. Решения задачи с пояснением у доски.</p>
1	<p>Задания выполнены правильно в полном объеме. Оформление в целом соответствует требованиям. Решения задачи с пояснением у доски отсутствует.</p>
0	<p>Задания выполнены частично правильно и не полностью. Оформление не соответствует требованиям. У доски не работает.</p>

2.3. Проверочные работы

Используются для оценки практических умений по решению задач, выявлению алгоритма задач и способности объяснить решение задачи, как основа для формирования профессиональных компетенций.

Отчет о выполнении заданий оценивается по 5-ти балльной системе. Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся в начале занятий.

Балл	Критерий оценивания
"отлично"	<p>Выполнил работу самостоятельно и без ошибок; допустил не более одного недочета; демонстрирует понимание способов и видов учебной деятельности по созданию алгоритма и программы; владеет терминологией и может прокомментировать этапы своей деятельности и полученный результат; может предложить другой способ деятельности или алгоритм выполнения задания.</p>
"хорошо"	<p>Выполнил работу самостоятельно и без ошибок; допустил не более двух (для</p>

	простых задач) и трех (для сложных задач) недочетов; демонстрирует понимание способов и видов учебной деятельности по созданию алгоритма и программы; может прокомментировать этапы своей деятельности и полученный результат (например, дает комментарии о выполненных действиях при форматировании алгоритма или листинга программы; затрудняется предложить другой способ деятельности или алгоритм выполнения задания.
"удовлетворительно"	Если студент правильно выполнил более 50% всех заданий и при этом: демонстрирует общее понимание способов и видов учебной деятельности по созданию алгоритма и программы; может прокомментировать некоторые этапы своей деятельности и полученный результат. Или при условии выполнения всей работы студент допустил: для простых задач – одну грубую ошибку или более четырех недочетов; для сложных задач – две грубые ошибки или более восьми недочетов. Сложным считается задание, которое естественным образом разбивается на несколько частей при его выполнении.
"неудовлетворительно"	Допустил число ошибок и недочетов, превышающее норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно»; правильно выполнил не более 10% всех заданий. Или не приступил к выполнению работы.

2.5. Рефераты

4

Рефераты используются для углубленного освоения отдельных тем дисциплины. Не являются обязательными для выполнения.

Критерии оценивания задания на самостоятельную работу соответствует критериям оценки работы на коллоквиумах (пункт 2.1).

2.5. Задание для самостоятельной работы

Задание для самостоятельной работы используется для самостоятельного освоения отдельных тем дисциплины и развития навыков самоорганизации и самообразования.

Задание является обязательным для выполнения.

Критерии оценивания задания на самостоятельную работу соответствует критериям оценки работы на коллоквиумах (пункт 2.1).

2.6. Контрольная работа

Контрольная работа используется для оценки практических умений по решению типовых задач, способности объяснить решение задачи, а также умения самостоятельно провести анализ профессионально-педагогической литературы и разработать учебно-методические материалы (план-конспект урока), как основа для формирования профессиональных компетенций по одному из разделов дисциплины.

Отчет о выполнении заданий оценивается в 10 баллов. Критерии оценки ответа (табл.) доводятся до сведения обучающихся при выдаче контрольной работы. Результаты методической части контрольной работы представляются в ходе экзамена (2 вопрос).

Часть КР	Задание	Максимальный балл
Часть 1.	Задания 1-16	4
Часть 2.	Задания 1-3.	6
	ИТОГО	10 баллов

По результатам проверки за контрольную работу ставится оценка «зачтено»:

Оценка «ЗАЧТЕНО» (базовый или повышенный уровень: готов к самостоятельному выполнению работ, в том числе, в учебно-воспитательном процессе)

- Умеет решать вычислительные задачи и демонстрирует общее понимание методов их решения.
- Знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, межпредметные связи.
- Может использовать теоретические знания в учебно-воспитательном процессе.
- Контрольная работа оценена на 5-10 баллов.

Оценка «НЕ ЗАЧТЕНО» (низкий или пороговый уровень: может выполнять работы только под контролем преподавателя)

- С трудом может решить отдельные типы вычислительных задач, демонстрирует слабое понимание методов их решения.
- Не знает место изучения элементов дисциплины в курсе математики основной и старшей школы, межпредметные связи.
- Затрудняется использовать теоретические знания в учебно-воспитательном процессе.
- Контрольная работа оценена на 0-4 балла.

2.7. Экзамен

Экзамен является средством проведения промежуточной аттестации во 9 семестре, проходит в форме собеседования.

Результаты освоения дисциплины на экзамене оцениваются степенью полноты ответа на теоретический вопрос и результатами контрольной работы.

Оценка «отлично» (*повышенный уровень*: готов выполнять работы в условиях учебно-воспитательного процесса с обучающимися):

- Отлично знает основные понятия, теории и методы исследования числовых систем.
- Отлично знает области приложения знаний в содержании школьного курса математики.
- Свободно может применять методы исследования числовых систем в практике работы учителя математики.
- Может доступно пояснить решение вычислительных задач.
- Свободно отвечает на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» (*базовый уровень*: может выполнять работы самостоятельно):

- Хорошо знает основные понятия, теории и методы исследования числовых систем.
- Хорошо знает области приложения знаний в содержании школьного курса математики
- Может применять методы исследования числовых систем в практике работы учителя математики.
- Может пояснить решение вычислительных задач.
- Отвечает на большинство дополнительных вопросов.

Оценка «удовлетворительно» (*пороговый уровень*: может выполнять работы под контролем преподавателя):

- Знает отдельные понятия, теории и методы исследования числовых систем.
- С трудом может назвать области приложения знаний в содержании школьного курса математики
- С трудом может применять методы исследования числовых систем в практике работы учителя математики.
- С трудом может пояснить решение вычислительных задач.
- Затрудняется отвечать на дополнительные вопросы.

Экзамен принимается преподавателем, проводившим занятия, или читающим лекции по данной дисциплине. В случае отсутствия ведущего преподавателя зачет принимается преподавателем, назначенным распоряжением заведующего кафедрой. С разрешения заведующего кафедрой на зачете может присутствовать преподаватель кафедры, привлеченный для помощи в приеме зачета.

Во время зачета обучающиеся могут пользоваться с разрешения ведущего преподавателя соответствующими техническими и программными средствами.

Время для подготовки 30-40 мин – для формулировки ответа на теоретический вопрос. Время ответа - не более 7-10 минут. Преподавателю предоставляется право задавать обучающимся дополнительные вопросы в рамках программы дисциплины. Общее время сдачи экзамена на 1 студента – 15 минут.

Нарушение дисциплины, списывание, использование обучающимися неразрешенных печатных и рукописных материалов, мобильных телефонов, коммуникаторов, планшетных компьютеров, ноутбуков и других видов личной коммуникационной и компьютерной техники во время зачета запрещено. В случае нарушения этого требования преподаватель обязан удалить обучающегося из аудитории и проставить ему в ведомости оценку «не зачтено».

Количественная оценка «отлично», «хорошо» или «удовлетворительно», внесенная в зачетную книжку и зачетно-экзаменационную ведомость, является результатом успешного усвоения учебного материала. Результат экзамена в зачетную книжку выставляется в день проведения в присутствии самого обучающегося. Преподаватели несут персональную ответственность за своевременность и точность внесения записей о результатах промежуточной аттестации в зачетно-экзаменационную ведомость и в зачетные книжки.

Если обучающийся явился на экзамен и отказался от прохождения аттестации в связи с неподготовленностью, то в зачетно-экзаменационную ведомость ему выставляется оценка в соответствии с набранными баллами в течение семестра.

Неявка на экзамен при условии нулевой аттестации в течение семестра отмечается в зачетно-экзаменационной ведомости словами «не явился».

Обучающимся, не сдавшим экзамен в установленные сроки по уважительной причине, индивидуальные сроки проведения экзамена определяются приказом ректора Университета. Обучающиеся, имеющие академическую задолженность, сдают экзамен в сроки, определяемые Университетом. Информация о ликвидации задолженности отмечается в экзаменационном листе. Допускается с разрешения деканата и досрочная сдача экзамена с записью результатов в экзаменационный лист.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья могут сдавать экзамены в сроки, установленные индивидуальным учебным планом. Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

3. Оценочные средства

3.1. Вопросы к коллоквиуму

Вопросы к коллоквиуму 1

1. Аксиоматическая теория. Схема построения неформальной аксиоматической теории. Интерпретация и модель аксиоматической теории.
2. Формулировка аксиоматической теории. Свойства аксиоматических теорий.
3. Определение натурального ряда. Независимость аксиом Пеано.

4. Принцип полной математической индукции. Доказательство методом полной математической индукции. Примеры.
5. Сложение натуральных чисел и его основные свойства. Аддитивная полугруппа натуральных чисел.
6. Умножение натуральных чисел и его основные свойства. Полукольцо натуральных чисел.
7. Отношение “меньше” для натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел и его основные свойства.
8. Связь между операциями $+$, \cdot и отношением $<$. Упорядоченное полукольцо натуральных чисел и его основные свойства.
9. Изоморфизм одноименных систем натуральных чисел.
10. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
11. Определение системы целых чисел. Кольцо целых чисел, как расширение полукольца натуральных чисел.
12. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
13. Основные свойства системы целых чисел как кольца, области целостности и упорядоченного кольца.
14. Изоморфизм (упорядоченных) колец целых чисел.

Вопросы к коллоквиуму 2

1. Определение системы рациональных чисел. Существование системы рациональных чисел. Построение поля рациональных чисел.
2. Основные свойства системы рациональных чисел как поля, упорядоченного поля.
3. Изоморфизм (упорядоченных) полей рациональных чисел.
4. Определение системы действительных чисел. Формирование определения.
5. Существование системы действительных чисел. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей.
6. Конечные десятичные дроби. Сложение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.
7. Умножение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.
8. Последовательность стягивающихся отрезков. Целая часть действительного числа. Представление действительного числа десятичной дробью.
9. Связь между отношениями линейного порядка на множествах R (действительных чисел) и S (десятичных дробей). Характеризация рационального числа через его представление в виде десятичной дроби.
10. Изоморфизм упорядоченных полей действительных чисел.
11. Определение и существование системы кватернионов. Линейные алгебры над полями. Теорема Фробениуса.

3.2. Проверочные работы

Проверочная работа 1

1. Дан натуральный ряд $\langle N, ' \rangle$, $1' = 2$, $2' = 3$, ... Пользуясь только определениями и сложения и умножения натуральных чисел, вычислите:
а) $4 + 3$ б) $2 \cdot 3$
2. Методом полной математической индукции докажите:
$$\forall n \in N (10^n + 17) : 9.$$
3. Решите уравнения в $\langle \overline{\mathbf{Z}}, \oplus, \otimes \rangle$: $\overline{(5, 4)} \oplus \overline{(x, y)} \otimes \overline{(2, 4)} = \overline{(1, 8)}$
4. Выполните действия в $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$: $\overline{((1, 2) \oplus (6, 8))} \otimes \overline{((5, 10) \oplus (3, 12))}$.
5. Проверьте, является ли $\varphi : A \rightarrow B$ изоморфизмом колец, если:

$$A = \{a + b \cdot i \cdot \sqrt{3} \in \mathbf{R} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}; \quad B = \{(a, b) \in \mathbf{R}^2 \mid a, b \in \mathbf{Z}\},$$

$$(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (a_1 + a_2; b_1 + b_2)$$

$$(a_1, b_1) \cdot (a_2, b_2) = (a_1 \cdot a_2 - 3 \cdot b_1 \cdot b_2, a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)$$

Проверочная работа 2

1. Докажите с помощью математической индукции следующие равенства:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. Найдите длину периода (δ) и предпериода (l) при обращении обыкновенной дроби в десятичную: $\frac{17}{260}$.
3. Проверьте, образует ли группу множество: $M = \{a + b \cdot \sqrt{5} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$ по обычному сложению чисел.
4. Запишите в виде отношения целых чисел рациональные числа представленные в виде следующей десятичной дроби: 2,05 (456) и проверить правильность результата делением столбиком.
5. Пусть \mathbf{R}_\bullet – мультипликативная группа действительных чисел. Проверьте, является ли отображение $\varphi: \mathbf{R}_\bullet \rightarrow \mathbf{R}_\bullet: \forall a \in \mathbf{R}_\bullet. \varphi(a) = a^3$ автоморфизмом?

3.3. Рефераты

1. Различные виды доказательств по индукции. Примеры.
2. Конечные и счетные множества.
3. Степени и логарифмы.
4. Определение системы действительных чисел с помощью понятий сечения и верхней границы.
5. Определение системы действительных чисел с помощью понятия фундаментальной последовательности.
6. Кольцо m -адических чисел.
7. 10-адические числа.
8. m -адическая норма.
9. Нормированные поля.
10. Абстрактная характеристика поля p -адических чисел и поля действительных чисел с помощью понятия нормы.
11. Определения и существование двойных и дуальных чисел.
12. Общий взгляд на комплексные, двойные и дуальные числа.
13. Гиперкомплексные числа.

3.4. Задание для самостоятельной работы

Изучить и сделать конспект по теме «Различные определения системы действительных чисел»:

- 1) Определения системы действительных чисел с помощью понятий сечения и верхней границы.
- 2) Определение системы действительных чисел с помощью понятия фундаментальной последовательности.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется сечением? Приведите пример.
2. Сформулируйте определение граничных элементов сечения. Приведите пример.
3. Сформулируйте определение системы действительных чисел по Дедекинду.
4. Сформулируйте определение точной верхней границы множества.
5. Сформулируйте определение системы действительных чисел через аксиому о точной верхней границе.
6. Сформулируйте теоремы, устанавливающие эквивалентность вышеперечисленных определений системы действительных чисел и определения их через аксиомы Архимеда и Кантора.
7. Что называется фундаментальной последовательностью элементов упорядоченного поля?
8. Сформулируйте определение системы действительных чисел с помощью понятия фундаментальной последовательности.

3.5. Контрольная работа

Часть 1.

1. Заполнить таблицу, поставив «+», если данное множество с указанными операциями образует алгебры указанного типа и «-» в противном случае.

№	множество	операции	полугруппа	группа	кольцо	поле
1	\mathbf{N}	+	+	-	-	-
2	\mathbf{N}	\times				
3	\mathbf{N}	+, \times				
4	\mathbf{Z}	+				
5	\mathbf{Z}	\times				
6	\mathbf{Z}	+, \times				
7	\mathbf{Q}	+				
8	\mathbf{Q}	\times				
9	\mathbf{Q}	+, \times				
10	\mathbf{R}	+				
11	\mathbf{R}	\times				
12	\mathbf{R}	+, \times				
13	\mathbf{C}	+				
14	\mathbf{C}	\times				
15	\mathbf{C}	+, \times				
16	\mathbf{Q}^+	\times				
17	\mathbf{Q}^+	+				
18	$\mathbf{Q} \setminus \{0\}$	\times				
19	\mathbf{R}^+	\times				
20	\mathbf{R}^+	+				
21	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	\times				
22	$\mathbf{C} \setminus \{0\}$	\times				
23	$\mathbf{Q} \setminus \{0\}$	+				
24	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	+				
25	$\mathbf{C} \setminus \{0\}$	+	-	-	-	-

Обозначения:

Множества: \mathbf{N} – натуральных чисел, \mathbf{Z} – целых чисел, \mathbf{Q} – рациональных чисел, \mathbf{R} – действительных чисел, \mathbf{C} – комплексных чисел, \mathbf{R}^+ – положительных действительных

чисел, \mathbf{Q}^+ – положительных рациональных чисел, $\mathbf{Q} \setminus \{0\}$ – ненулевых рациональных чисел, $\mathbf{R} \setminus \{0\}$ – ненулевых действительных чисел, $\mathbf{C} \setminus \{0\}$ – ненулевых комплексных чисел.

2. Образуют ли группу множества?
 - а) $A = \{1, -1, i, -i\} \subseteq \mathbf{C}$ по умножению;
 - б) $B = \{a + bi \in \mathbf{C} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ по сложению (по умножению).
3. Является ли группой множество $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ относительно операции $a * b = r$, где r – остаток от деления $a \cdot b$ на 6?
4. Образует ли кольцо (поле) множества
 - а) $A = \{a + b \cdot \sqrt{3} \in \mathbf{R} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$;
 - б) $B = \{a + b \cdot \sqrt[3]{2} \in \mathbf{R} \mid a, b \in \mathbf{Q}\}$;
 - в) $C = \{a + b \cdot \sqrt{7} \in \mathbf{R} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$?
5. Дан натуральный ряд $\langle \mathbf{N}, ' \rangle$, $1' = 2$, $2' = 3$, ... Вычислить, пользуясь только аксиомами сложения и умножения и введёнными обозначениями, а) $2 + 3$; б) $3 + 4$; в) $2 \cdot 3$; г) $4 \cdot 2$
6. Доказать, пользуясь методом полной математической индукции:
 - 1) $\forall n \in \mathbf{N} (10^n + 107) : 9$
 - 2) $\forall n \in \mathbf{N} 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$
7. Доказать, что бинарное отношение ρ , заданное на множестве \mathbf{N} (на множестве \mathbf{Z} , на множестве \mathbf{Q}) является отношением порядка

$$\forall a, b \in \mathbf{N} a \rho b \Leftrightarrow a < b \quad (\forall a, b \in \mathbf{Z}; \forall a, b \in \mathbf{Q})$$
 пользуясь соответствующими определениями отношения $<$ для натуральных (целых, рациональных) числах.
8. Доказать, что множество $\overline{\mathbf{Z}} = \{ \overline{(a,b)} \mid a, b \in \mathbf{N} \}$ относительно операций \oplus и \otimes , заданных следующим образом: $\forall \overline{(a,b)}, \overline{(c,d)} \in \overline{\mathbf{Z}} \quad \overline{(a,b)} \oplus \overline{(c,d)} = \overline{(a+c, b+d)}$, $\overline{(a,b)} \otimes \overline{(c,d)} = \overline{(ac+bd, ad+bc)}$, где $\overline{(a,b)} = \overline{(c,d)} \Leftrightarrow a+d = b+c$, является кольцом. Какой элемент является в нём нулём? Существует ли единичный элемент этого кольца, если да, то какой?
9. Доказать, что алгебра $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$ будет полем, если

$$\overline{\mathbf{Q}} = \{ \overline{(a,b)} \mid a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0 \}, \quad \forall \overline{(a,b)}, \overline{(c,d)} \in \overline{\mathbf{Q}} \quad \overline{(a,b)} \oplus \overline{(c,d)} = \overline{(ad+bc, b \cdot d)}$$
,

$$\overline{(a,b)} \otimes \overline{(c,d)} = \overline{(ac, b \cdot d)}, \quad \overline{(a,b)} = \overline{(c,d)} \Leftrightarrow ad = bc.$$
 Укажите ноль и единицу этого поля.
10. Вычислить в $\langle \overline{\mathbf{Z}}, \oplus, \otimes \rangle$
 - 1) $(\overline{(4,2)} \oplus \overline{(1,6)}) \otimes (\overline{(5,1)} \oplus \overline{(2,9)})$,
 - 2) $\overline{(3,1)} \otimes \overline{(5,2)} \oplus \overline{(1,5)} \otimes \overline{(7,2)}$
11. Решить уравнения в $\langle \overline{\mathbf{Z}}, \oplus, \otimes \rangle$
 - 1) $\overline{(4,1)} \otimes \overline{(x,y)} \oplus \overline{(1,7)} = \overline{(10,1)}$,
 - 2) $(\overline{(1,6)} \otimes \overline{(x,y)} \oplus \overline{(3,1)}) \otimes \overline{(5,3)} = \overline{(19,1)}$
12. Вычислить в $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$
 - 1) $\overline{(3,4)} \oplus \overline{(5,6)} \otimes (\overline{(2,9)} \oplus \overline{(4,9)})$,
 - 2) $\overline{(3,2)} \otimes \overline{(2,3)} \oplus \overline{(2,4)} \otimes \overline{(6,3)}$
13. Решить уравнения в $\langle \overline{\mathbf{Q}}, \oplus, \otimes \rangle$
 - 1) $\overline{(3,4)} \otimes \overline{(x,y)} \oplus \overline{(6,1)} = \overline{(7,8)}$,

$$2) (\overline{(-1,2)} \oplus \overline{(1,8)}) \otimes \overline{(x,y)} = \overline{(3,4)}$$

14. Найти длину периода и число цифр до периода при обращении следующей дроби в десятичную: 1) $\frac{3}{29}$, 2) $\frac{1}{2^5 \cdot 5^2 \cdot 19}$

15. Представить следующие бесконечные периодические десятичные дроби в виде рационального числа (отношения двух целых чисел):

$$1) 0,12(341), \quad 2) 5,(276), \quad 3) 1,8(24)$$

и проверить результат делением столбиком.

16. Найти целую часть $[a]$ действительного числа a , если

$$1) a = \pi, \quad 2) a = 5\frac{1}{7}, \quad 3) \overline{(a,b)}a = -4,15$$

2 часть

1. Сделайте анализ школьных учебников по математике, рекомендованных для использования в школе, не старше 5 лет, по одной из категорий (тем) предметной области «Числовые системы» (по вариантам).

2. Сделайте подбор примеров и задач по уровням сложности: не менее 10 примеров и не менее 5 задач на каждый уровень (базовый, повышенный, творческий). Подборку сделать для конкретного класса.

3. Разработайте план-конспект урока для конкретного класса.

Вариант	Понятийная линия (тема)
1.	Принцип математической индукции. Доказательство математических утверждений методом математической индукции.
2.	Система аксиом Пеано. Сложение и умножение натуральных чисел.
3.	Целые и рациональные числа. Их свойства.
4.	Представление действительных чисел десятичными дробями. Перевод рациональных чисел в десятичные дроби.
5.	Пополнение системы рациональных чисел. Операции сложения, вычитания и умножения над действительными числами.
6.	Алгебраические расширения полей. Арифметика поля комплексных чисел.
7.	Кватернионы и алгебраические действия над ними.
8.	Решение уравнений в изученных числовых системах.

3.6. Экзамен

1. Аксиоматическая теория. Схема построения неформальной аксиоматической теории. Интерпретация и модель аксиоматической теории.

2. Формулировка аксиоматической теории. Свойства аксиоматических теорий.

3. Определение натурального ряда. Независимость аксиом Пеано.

4. Принцип полной математической индукции. Доказательство методом полной математической индукции. Примеры.

5. Сложение натуральных чисел и его основные свойства. Аддитивная полугруппа натуральных чисел.

6. Умножение натуральных чисел и его основные свойства. Полукольцо натуральных чисел.

7. Отношение «меньше» для натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел и его основные свойства.

8. Связь между операциями $+$, \cdot и отношением $<$. Упорядоченное полукольцо натуральных чисел и его основные свойства.

9. Изоморфизм одноименных систем натуральных чисел.
10. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
11. Определение системы целых чисел. Кольцо целых чисел, как расширение полукольца натуральных чисел.
12. Существование системы целых чисел. Построение кольца целых чисел.
13. Основные свойства системы целых чисел как кольца, области целостности и упорядоченного кольца.
14. Изоморфизм (упорядоченных) колец целых чисел.
15. Определение системы рациональных чисел. Существование системы рациональных чисел. Построение поля рациональных чисел.
16. Основные свойства системы рациональных чисел как поля, упорядоченного поля.
17. Изоморфизм (упорядоченных) полей рациональных чисел.
18. Определение системы действительных чисел. Формирование определения.
19. Существование системы действительных чисел. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей.
20. Конечные десятичные дроби. Сложение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.
21. Умножение произвольных десятичных дробей и его основные свойства.
22. Последовательность стягивающихся отрезков. Целая часть действительного числа. Представление действительного числа десятичной дробью.
23. Связь между отношениями линейного порядка на множествах \mathbf{R} (действительных чисел) и S (десятичных дробей). Характеризация рационального числа через его представление в виде десятичной дроби.
24. Изоморфизм упорядоченных полей действительных чисел.
25. Определение и существование системы кватернионов. Линейные алгебры над полями. Теорема Фробениуса.